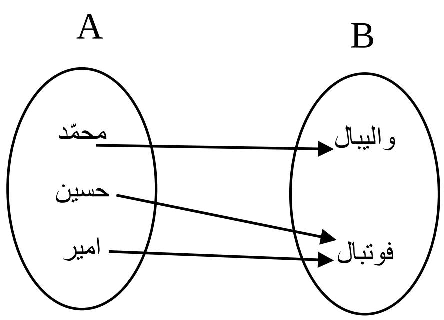
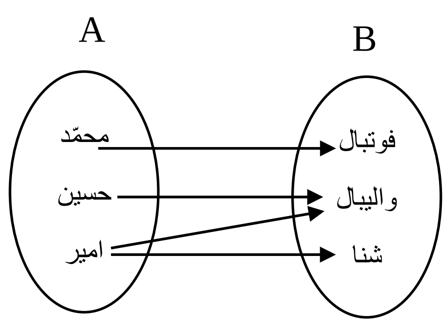
بسمه تعالی

تابع

مفهوم تابع:یک تابع از مجموعه A به مجموعه B رابطه ای بین دو مجموعه است که در آن به هر عضو از A دقیقاً یک عضو از B نسبت داده می شود.برای مثال مجموعه A در شکل مقابل شامل سه دانش آموز و مجموعه B شامل دو رشته ورزشی است که در آن ما هر عضو از A را دقیقاً به یک عضو از B نسبت داده ایم.



*همانطور که دقت کردید باید به هر عضو از مجموعه A دقیقاً یک عضو از B نسبت بدهیم تا رابطه حاصل یک تابع باشد برای مثال زیر یک تابع نیست(چرا؟)



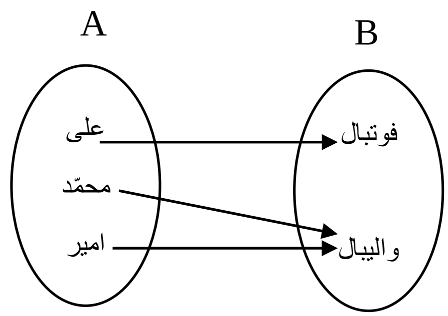
*با ایجاد رابطه بین مجموعه A و B شاهد ایجاد زوج های مرتبی به صورت$(\alpha.\mathrm{b})$ خواهیم بود که در آن α عضو مجموعه A و b عضو مجموعه B خواهد بود.

*در زوج مرتب$(\alpha.\mathrm{b})$ به α مؤلفه اوّل و به b مؤلفه دوّم می گوییم.

*دو زوج مرتب زمانی برابر هستند که مؤلفه اوّل آن ها با هم و مؤلفه دوّم آن ها نیز با هم برابر باشند.

$$\alpha_۱ = \alpha_۲ \ \text{و}\ b_۱ = b_۲ \quad \Longrightarrow \quad \left(\alpha_۱ \text{و} b_۱\right) = \left(\alpha_۲ \text{و} b_۲\right)$$

*بدین ترتیب تابع در واقع مجموعه ای از زوج های مرتب خواهد بود که در آن مؤلفه اوّل زوج مرتب ها از A و مؤلفه دوّم زوج مرتب ها از B انتخاب شده اند و به هر عضو از مجموعه A دقیقاً یک عضو از B نسبت داده ایم برای مثال



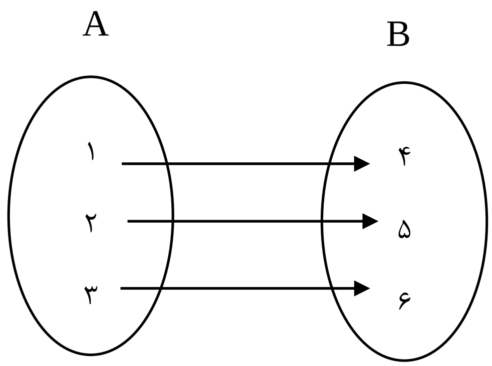
«شکل ۱»

f={(والیبال،امیر)(والیبال،محمّد)(فوتبال،علی)}

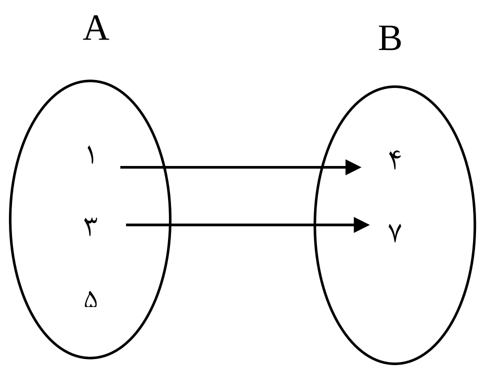
«شکل ۲»

*در شکل«۱» تابع را به صورت نمودار پیکانی و در شکل«۲» تابع را به صورت مجموعه ای از زوج مرتب ها نمایش داده ایم که در ظاهر متفاوت و در مفهوم عین هم هستند.

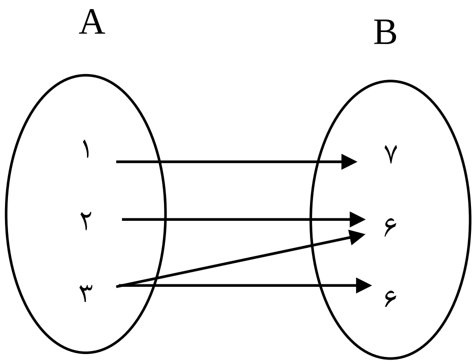
*حال به نمودار های پیکانی و مجموعه زوج مرتب های زیر توجه می کنیم تا ببینیم کدام تابع است و مدام تابع نیست.



۱)تابع است چون به هر عضو از A دقیقاً یک عضو از B نسبت داده ام.



۲)تابع نیست چون به عضو ۵ از A هیچ عضوی از B را نسبت نداده ایم.



۳)تابع است چون به هر عضو از A یک عضو از B نسبت داده ایم.درست است که از عضو «۳» دو پیکان خارج شده است اما چون هر دو سر پیکان ها به ۶ وصل شده اند مشکلی ایجاد نمی شود.

g={(۱و۳)(۴و۷)(۵و۱۰)}

۴)تابع است چون به هر عضو از مؤلفه های اوّل یک عضو از مؤلفه های دوّم نسبت داده ایم.

f={(۱و۳)(۴و۷)(۱و۱۰)}

۵)تابع نیست چون به عضو «i» دو نوع مؤلفه دوم نسبت داده ایم.

k={(۱و۳)(۴و۷)(۱و۳)}

۶)تابع است چون به هر عضو از مؤلفه های اوّل یک عضو از مؤلفه های دوّم نسبت داده ایم،درست است که مؤلفه اوّل «۱» را در دو جا می نویسیم امّا در هر دو جا مؤلفه دوّم یکسانی به آن نسبت داده شده است.

نتیجه:یک رابطه به صورت مجموعه ای از زوج های مرتب زمانی تابع است که در آن هیچ دو زوج مرتبی دارای مؤلفه اوّل برابر نباشند مگر آن که مؤلفه دوّم آن ها نیز برابر باشد.

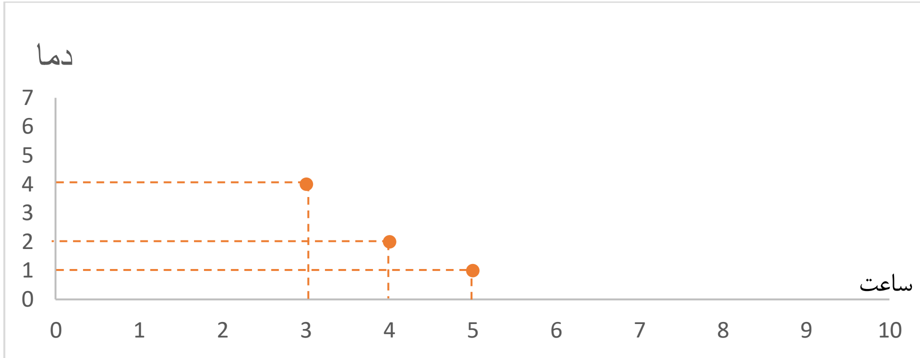
*گفتیم که با ایجاد رابطه شاهد ایجاد زوج های مرتب خواهیم بود این زوج های مرتب را می توانیم به صورت جدول و نیز به صورت نمودار در دستگاه مختصات نمایش دهیم.

*برای مثال در جدول زیر رابطه بین ساعات مختلف و دمای هوا در آن ها را نمایش داده ایم.

f={(۳و۱۴)(۴و۲۰)(۵و۱۰)}

ساعت	۳	۴	۵
دما	۱۴	۲۰	۱۰

*حال اگر در دستگاه مختصات مقابل محور طول را ساعت و محور عرض را دما در نظر بگیریم می توانیم تابع را در آن نمایش دهیم.

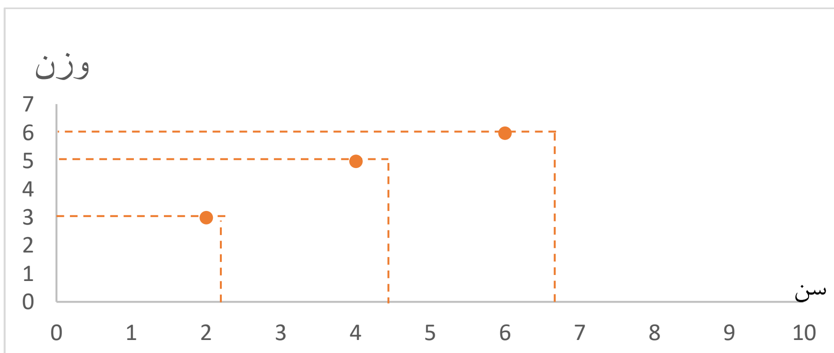


*در جدول مقابل رابطه بین سن(بر حسب ماه)نوزاد و وزن آورده شده است.

سن	۲	۴	۶
وزن	۳	۵	۶

g:{(۲و۳)(۴و۵)(۶و۶)}

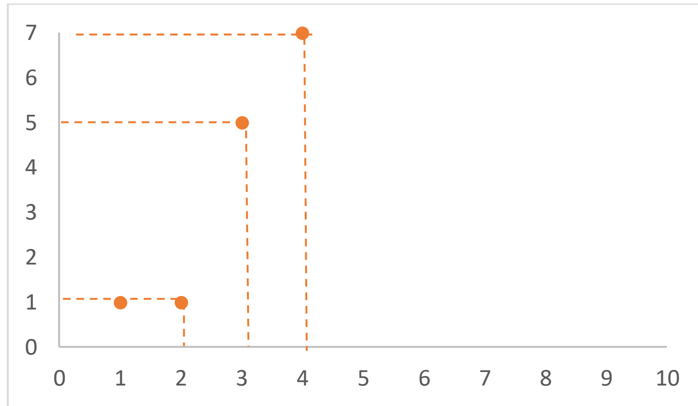
*حال در دستگاه مختصات مقابل محور طول ها را سن و محور عرض ها را وزن در نظر می گیریم و تابع بالا را نمایش می دهیم.



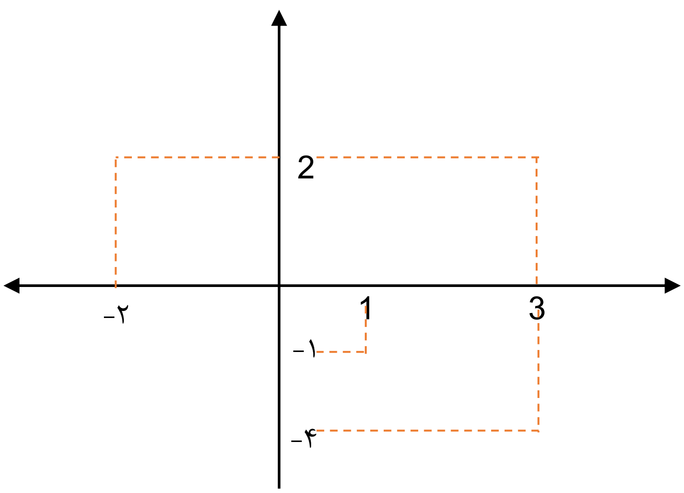
*همان طور که می بینید در نمودار دستگاه مختصات محور طول ها نشان دهنده مولفه اوّل و محور عرض ها نشان دهنده مولفه دوّم خواهد بود.

*حال به نمودار های رسم شده توجه می کنیم تا ببینیم کدام تابع است و کدام نیست.

۱)تابع است چرا که به هر مولفه اوّل یک مولفه دوّم نسبت داده ایم.

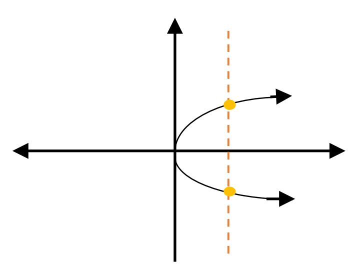


۲)تابع نیست چرا که مولفه اوّل«۳» دارای دو نوع مولفه دوّم است.

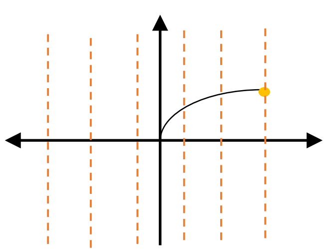


نتیجه:اگر نمودار یک رابطه داده شده باشد هنگامی این نمودار تابع است که هر خط موازی محور عرض ها نمودار را حداکثر در یک نقطه قطع بکند.

*حال با نتیجه ای که گفته شد تابع بودن یا نبودن نمودار های زیر را بررسی می کنیم.



«تابع نیست چون خطی موازی محور عرض ها وجود دارد که آن را در بیش از یک نقطه قطع کرد»



«تابع هست چرا که هر خط موازی محور عرض آن را حداکثر در یک نقطه قطع می کند.

۱) چند مورد از رابطه های زیر تابع هستند؟

أ) رابطه ای که به یک ضلع مربع،محیط مربع را نسبت می دهد.

ب) رابطه ای که به یک فرد دمای بدن او را در یک زمان معیّن نسبت می دهد.

ج) رابطه ای که به هر فرد گروه خونی او را نسبت می دهد.

د) رابطه ای که به یک مادر فرزندان او را نسبت می دهد(بیش از یک فرزند دارد)

۱) ۱   ۲) ۲   ۳) ۳   ۴) ۴

۲) کدام رابطه تابع نیست؟

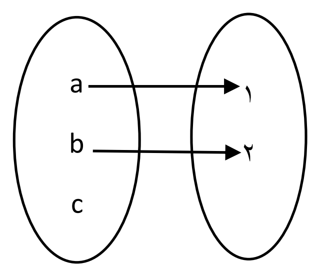
۱) رابطه ای که به هر عدد مربع آن را نسبت می دهد.

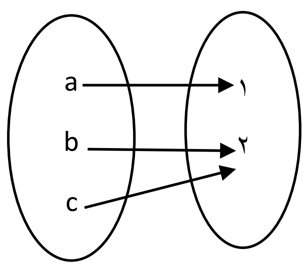
۲) رابطه ای که به هر عدد ریشه دوّم آن را نسبت می دهد.

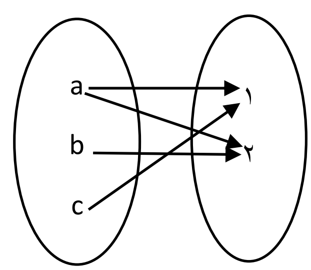
۳) رابطه ای که به هر عدد ریشه سوّم آن را نسبت می دهد.

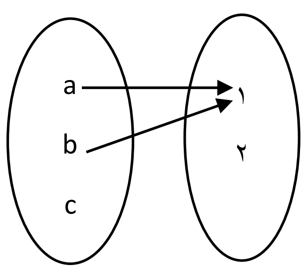
۴) رابطه ای که به هر عدد مکعب آن را نسبت می دهد.

۳) مجموعه های A:{a,b,c} و B={۱و۲} داده شده اند کدام رابطه از A به B نشان دهنده یک تابع است؟

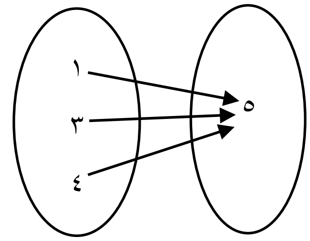
۱)


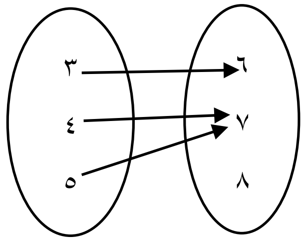
۲)


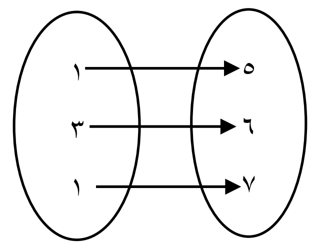
۳)


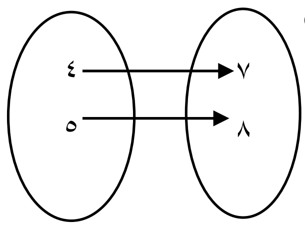
۴)


۴) کدام نمودار پیکانی نمایش دهنده یک تابع نیست؟

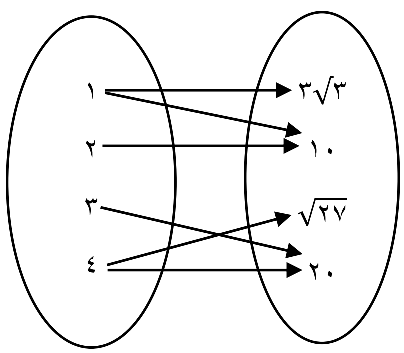
۱)


۲)


۳)


۴)


۵) حداقل چند پیکان از نمودار ون مقابل حذف شود تا تبدیل به تابع شود؟



۱) ۱　　۲) ۲　　۳) ۳　　۴) ۴

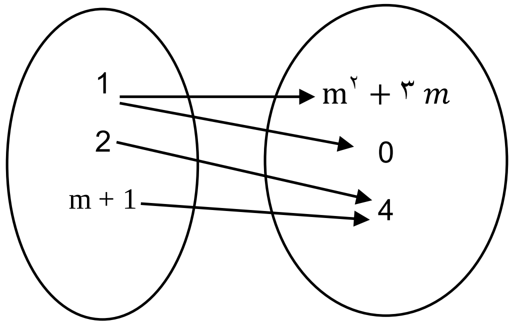
۶) اگر دو زوج مرتب(۱+α ۲ وα+۵b ۲) و (۵ و α ۳) برابر باشند زوج مرتب (b و α) کدام است؟

۱) $-\frac{۲}{۵}$ و۲　　۲) ۲ و $\frac{۲}{۵}$　　۳) ۲ و $-\frac{۲}{۵}$　　۴) $\frac{۲}{۵}$ و ۲

۷) m چه قدر باشد تا نمودار ون مقابل نمایش دهنده یک تابع باشد؟

۱) {۳- و ۰}　　۲) {۳-}

۳) {۰}　　۴) هیچ مقدار m



۸) اگر رابطه f={(۱ و m+n)(۲و۵)(۱و۴)(۳و۷)(۲ و ۲m+n)} نمایش دهنده تابع باشد، $\frac{n}{m}$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) $\frac{۱}{۴}$

۹) چند مورد از مجموعه های زیر تابع هست؟

أ) f={(۲و۱)(۳و-۵)(۳و۷)}

ب) g={(۰و۱)($\frac{۳}{۵}$و۱)(-۵و۱)(۸و۱)}

ج) k={(۲و۵)}

د) r={(۲و۰)(-۷و۰)}

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۰) رابطه f=(۳ و m^2)(۲ و ۱)(-۲ و m)(۳ و m+۲)(mو۴)} به ازای کدام مقدار m، یک تابع است؟

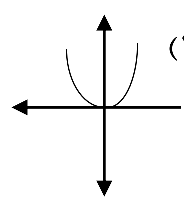
۱) -۲ ۲) -۱ ۳) ۲ ۴) هیچ مقدار m

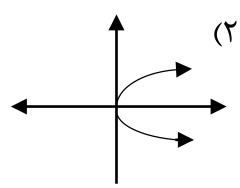
۱۱) اگر جدول رو به رو نمایش یک تابع باشد m+n کدام است؟

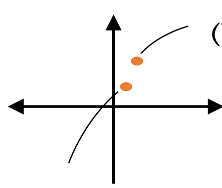
مولفه اوّل	۱	۲	۳	۱	m	m^2
مولفه دوّم	m^2-2m	۶	۵	۰	۴	n^3-4

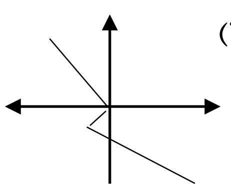
۱) ۲ ۲) ۴ ۳) صفر ۴) -۲

۱۲) کدام نمودار نمایش دهنده یک تابع است؟

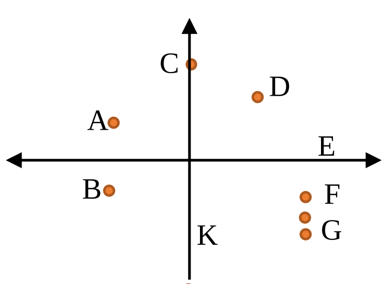
۱)


۲)


۳)


۴)


۱۳) حداقل چند نقطه از نمودار مقابل حذف شود تا تبدیل به تابع شود؟



۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۷

دامنه و برد تابع

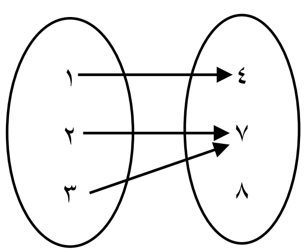
⁕تا اکنون یاد گرفتیم که تابع رابطه ای است که از مجموعه A به مجموعه B تعریف می شد و این امر باعث ایجاد مجموعه ای از زوج های مرتب می شود.

⁕حال به مجموعه همه مولفه های اوّل زوج های مرتب تشکیل دهنده هر تابع«دامنه» و مجموعه همه مولفه های دوّم را «برد» ان تابع می نامند.

⁕دامنه تابع فرضی fرا با D_f و برد آن را با R_f نمایش می دهیم برای مثال در تابع زیر داریم:

f={(۱و۳)(۲و۵)(۰و۷)} D_f={۱و۲و۰} R_f:{۳و۵و۷}

⁕اگر f تابعی از مجموعه A به مجموعه B باشد در واقع دامنه همان مجموعه A است امّا همیشه برد تابع f مجموعه B نسبت در واقع برد ؟؟؟ از مجموعه B است که عضوی از مجموعه A به آن ها نسبت داده شده باشد برای مثال در نمودار پیکانی زیر داریم:



D_f:A:{۱و۲و۳}

R_f:{۴و۷}

⁕۸ با این که عضو B است لکن عضو برد نیست.

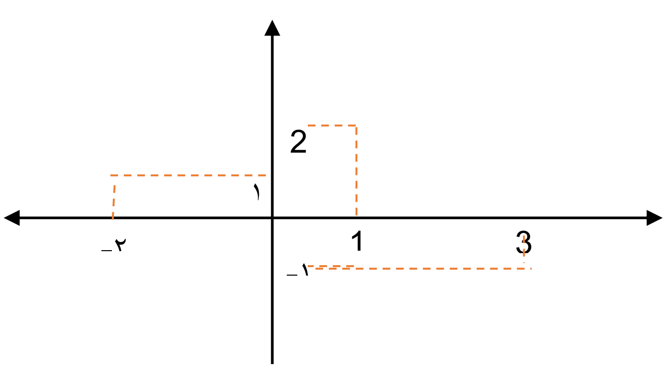
⁕حال با توجه به مفهمو دامنه و برد می توانیم در شکل های مختلف از نمایش یک تابع دامنه و برد آن را به دست آوریم.

g={(۱و۷)و(۲و۳)و(۱۰و۶)(۹و۱)} D_g:{۱و۲و۱۰و۹} R_g:{۷و۳و۶و۱}

ساعت	۳	۴	۵
دما	۱۰	۱۱	۱۳

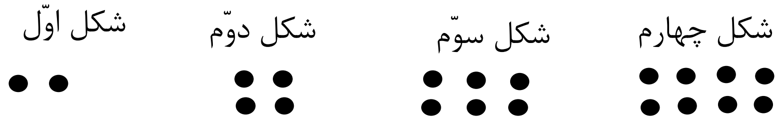
D:{۳و۴و۵}   R{۱۰و۱۱و۱۳}

D:{۱و-۲و۳}   R:{۱و۲و-۱}



ضابطه تابع

❋دنباله شکل زیر را در نظر بگیرید



شماره شکل	۱	۲	۳	۴	-----	۱۰	-----	n
تعداد دایره	۲	۴	۶	۸		۲۰		**۲ n**

❋جدول بالا در واقع نمایش دهنده یک تابع است چون به هر عضو از مجموعه شماره شکل ها یک عضو از مجموعه تعداد دایره ها نسبت داده ایم.نمایش زوج مرتبی بالا به صورت زیر خواهد بود.

f={(۱و۲)(۲و۴)(۳و۶)...........(۱۰و۲۰)...............(nو۲ n)}

❋همانگونه از شکل های مختلف نمایش تابع مشخص است عضو «۱» از دامنه به عضو «۲» از برد عضو «۲» از دامنه به عضو «۴» از برد نسبت داده شده اند به جای این می توان با یک قرار داد کار را ساده تر کرد.معمولاً می نویسند$f(1)=2$،$f(2)=4$ و گفته می شود که مقدار تابع در نقطه ۱ برابر ۲ است و مقدار تابع f در نقطه ۲ برابر ۴ است به همین ترتیب می توان نوشت

f(۳)=۶,f(۴)=۸.............., f(n)=۲ n

❋رابطه بین دامنه و برد را می توان به صورت یک عبارت ریاضی به شکل$f(n)=2n$ نوشت که در آن n یک عدد طبیعی است.این گونه نمایش تابع را نمایش جبری می نامند.در نمایش جبری باید به دامنه و برد آن هم نوجه داشته باشیم برای مثال در تابع بالا دامنه مجموعه اعداد طبیعی است.

❋در بسیاری از موقعیت ها کار با نمایش جبری یک تابع ساده تر و مناسب تر از کار با دیگر نمایش های تابع است.

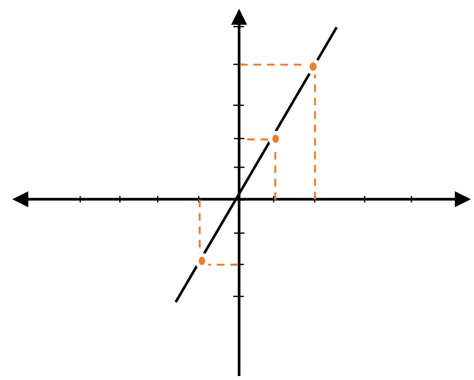
*برای مثال تابع $f(n)=n^2+1$ را با دامنه {۱و۲و۳}=A در نظر بگیرید

$F(n)=n^2+1 \rightarrow F(1)=1^2+1=2 \quad F(2)=2^2+1=5 \quad F(3)=3^2+1=10$

f={(۱و۲)(۲و۵)(۳و۱۰)} D_f:{۱و۲و۳} R_f:{۲و۵و۱۰}

*حال خط y=2x را در نظر بگیرید می خواهیم به کمک چند نقطه نمودار آن را رسم کنیم:

x	-۱	۰	۱	۲	----
y	-۲	۰	۲	۴	----



*همانطور که می بینید جدول و نمودار رسم شده نمایش دهنده یک تابع هستند چرا که به هر عضو از مجموعه x ها یک عضو از مجموعه y ها را نسبت داده ایم.

*نمایش جدول بالا به صورت f(x)=۲ x خواهد بود.بار دیگر به جدول های رسم شده برای دنباله موجود در صفحات قبل و جدول و نمودار رسم شده برای خط توجه کنید.در دنباله دامنه ما مجموعه اعداد طبیعی است ولی در خط مجموعه اعداد حقیقی است.

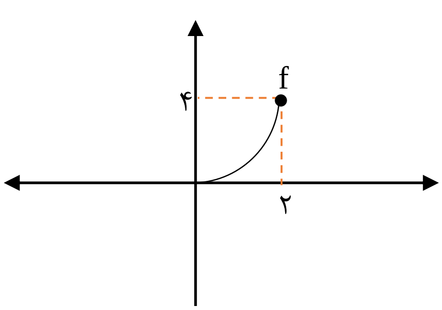
تابع دنباله: f(n)=۲ n   f(۱)=۲   f(۲)=۴   f(۳)=۶   ----------

تابع خط:f(x)=۲ x   f(-۲)=-۴ $f(\sqrt{۳})=۲\sqrt{۳}$ $f(\frac{۳}{۴})=\frac{۳}{۲}$----------

*در هر دو تابع بالا دامنه دارای بی شمار عضو هست در تابع مربوط به دنباله دامنه فقط شامل اعداد طبیعی ولی در تابع خط دامنه شامل همه مجموعه اعداد حقیقی است.

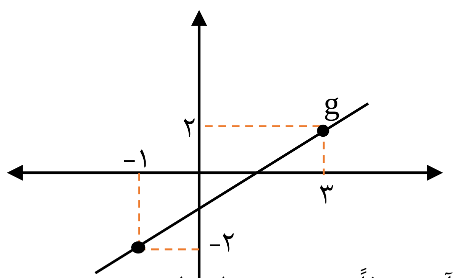
*دو تابع بالا دارای بی شمار زوج مرتب خواهند بود.

حال که کمی ذهنتان در مورد مفهوم تابع باز تر شده است سعی می کنیم در نمودار های زیر دامنه و برد را به دست آوریم.



D_f:[۰و۲]

R_f:[۰و۴]



D_g:[-۱و۳]

R_f:[-۲و۲]

*تابع g رسم شده از بی نهایت زوج مرتب ایجاد شده است در واقع دامنه آن صرفاً چند عدد یا مولفه مشخص نیست و یک بازه متشکل از بی نهایت عدد حقیقی است.در واقع نمودار g شامل بی نهایت نقطه است و هر نقطه نماینده یک زوج مرتب.

۱۴)چند مورد نادرست است؟

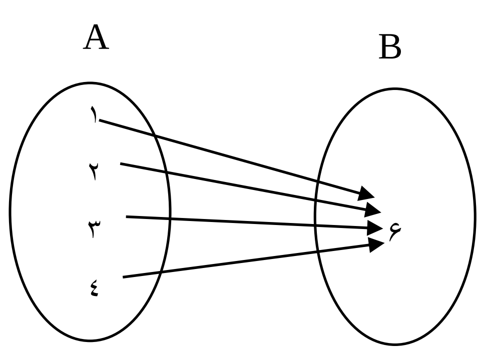
الف)هر رابطه ای از مجموعه A به B یک تابع است.

ب)مجموعه مولفه های اوّل زوج مرتب ها را دامنه می گوییم.

پ)وقتی تابع از مجموعه A به B تعریف و مجموعه A دامنه و B برد است.

ت)تعداد اعضای دامنه بیشتر یا مساوی تعداد اعضای برد است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴



۱۵)با توجه نمودار پلکانی مقابل چند مورد نادرست است؟

الف)این نمودار پلکانی نشان دهنده یک تابع نیست

ب)دامنه این تابع ۴ عضوی و برد آن دو عضوی است.

پ)برد این تابع فقط شامل عدد ۶ است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) صفر

۱۶)کدام یک می تواند نمایش جبری تابع {(۱و۱)(۲و۴)(۳و۹)(۴و۱۶)............}=f باشد؟

۱) f(x)=x^2 $x \in R$ ۲) f(x)=۲ x-۱ $x \in R$

۳) f(x)=x^2 $x \in N$ ۴) f(x)=۴ x+۸ $x \in N$

۱۷)در تابع f(x)=۲ x-۱ با دامنه {........,۱،۲،۳}=A برد کدام است؟

۱) مجموعه اعداد زوج مثبت   ۲) مجموعه اعداد طبیعی

۳) مجموعه اعداد فرد مثبت   ۴) مجموعه اعداد حقیقی

۱۸)در تابع f(x)=x^3-x^2 حاصل f(-۱)+f(۱)+f(۰) کدام است؟

۱) صفر   ۲) ۱   ۳) -۲   ۴) ۲

۱۹)اگر در تابع f(x)=x^2+b , f(۳)=۱۳ باشد f(-۱) کدام است؟

۱) ۵   ۲) ۶   ۳) ۴   ۴) ۳

۲۰)اگر در تابع f={(۱و۳)(mو۷)(۶وk)} , f(m)=۷ و f(۶)=۱۰ باشد $\frac{k}{m}$ کدام است؟

۱) ۲/۵   ۲) ۲   ۳) ۰/۴   ۴) ۳

۲۱)اگر در تابع f(x)=$\frac{x+m}{۲x-۱}$، f(۵)=$\frac{۲}{۳}$ باشد f(۰)+f(۴) کدام است؟

۱) $\frac{۵}{۷}$ ۲) -۱   ۳) -$\frac{۲}{۷}$ ۴) صفر

۲۲)در تابع Df:R   f(x)=-۳ حاصل f(۲)+f(۱۰۰)+f($\sqrt{۵}$)+f(-$\frac{۳}{۴}$) کدام است؟

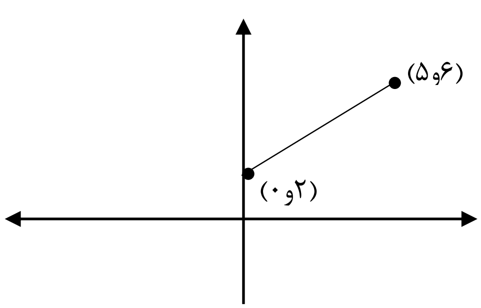
۱) -۳   ۲) -۱۲   ۳) ۳   ۴) ۱۲

۲۳)اگر در تابع f(x)=۲ x+۴ برد تابع برابر {۲۴و۱۲و۴و۲}باشد دامنه آن کدام است؟

۱) {۴و۳و۲و۱}   ۲) {۱۰و۴و۱-و۰}   ۳) {۱۰و۴و۰}   ۴) {۴و۰و۲-و۱-}

۲۴)اگر در تابع f(x)=ax^2+۲ b، f(۱)=۸، f(۲)=۱۴ باشد f(-۳) کدام است؟

۱) ۲۰   ۲) ۲۴   ۳) ۲۸   ۴) ۳۲



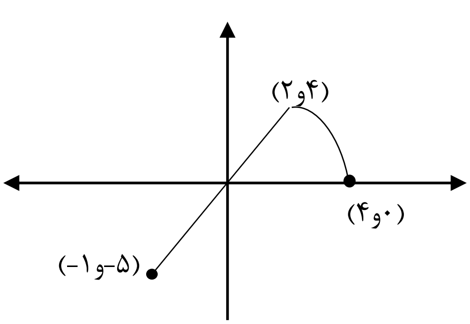
۲۵)با توجه به نمودار تابع f دامنه و برد آن کدام است؟

۱) {۵و۰} ، {۶و۲}

۲) (۵و۰) ، (۶و۲)

۳) (۶و۰) ، (۵و۲)

۴) {۶و۰} ، {۵و۲}



۲۶)با توجه به نمودار تابع f دامنه و برد آن کدام است؟

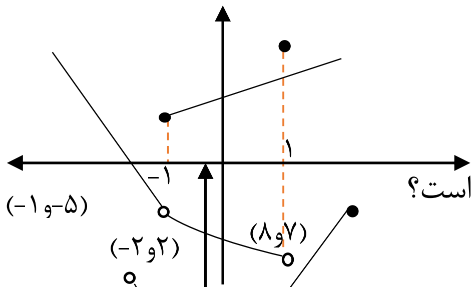
۱) (-۱و۲) ، (۴و۰)

۲) (-۵و۴) ، (-۱و۲)

۳) (-۵و۴) ، [-۵و۴)

۴) [-۵و۴] ، [-۱و۴]

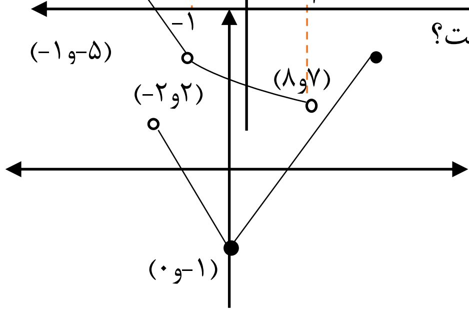
۲۷)نمودار زیر مربوط به رابطه R است کوچکترین بازه ای از مقادیر x ها که با حذف آن رابطه R تبدیل به تابع می شود کدام است؟



۱) [-۱و۱) ۲) (-۱و∞)

۳) [-۱و۱-) ۴) [۱و∞)

۲۸)اگر نمودار تابع g به صورت مقابل باشد دامنه و برد آن کدام است؟



۱) (-۲و۸) ، [-۱و۷]

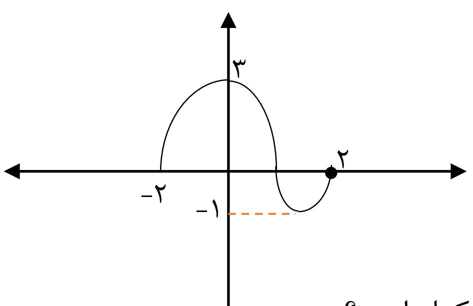
۲) [-۲و۸] ، [-۱و۷]

۳)

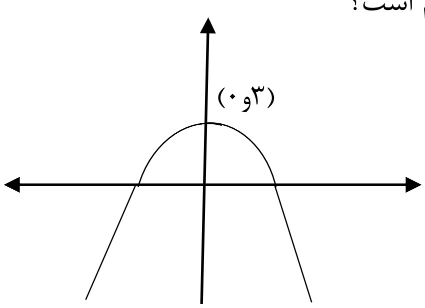
۴)

۲۹)نمودار تابعf به شکل زیر است چند عدد صحیح هم در دامنه و هم در برد تابع قرار دارند؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵



۳۰)اگر دامنه تابع f را با A و برد آن را با B نشان دهیم A-B کدام است؟



۱) {۰و۳} ۲) (۳و∞)

۳) [۳و∞) ۴) (-∞و۳]

نگاهی عمیق تر به تابع

*تا این جای کار دانستیم که تابع رابطه ای است که به هر عضو از مجموعه A یک عضو از B را نسبت می دهد در اکثر مواقع یک نظم مشخصی بین مولفه اوّل و مولفه دوّمی که به آن نسبت داده می شده وجو دارد و بدین

ترتیب می توانیم تابع را به صورت نمایش جبری نشان دهیم.برای مثال به رابطهٔ بین ضلع مساحت مربع توجه کنید.

ضلع	۲	$\frac{۱}{۲}$	۳	$\sqrt{۵}$	---------
مساحت	۴	$\frac{۱}{۴}$	۹	۵	---------

*همان طور که می بینید رابطه بین ضلع و مساحت نوعی تابع است و نظمی که بین مولفه های اوّل و دوّم وجود دارد چنین است که با به توان دو رساندن مولفه اول(ضلع).مولفه دوّم به دست می آید.

*در واقع مساحت مربع تابعی است از ضلع مربع

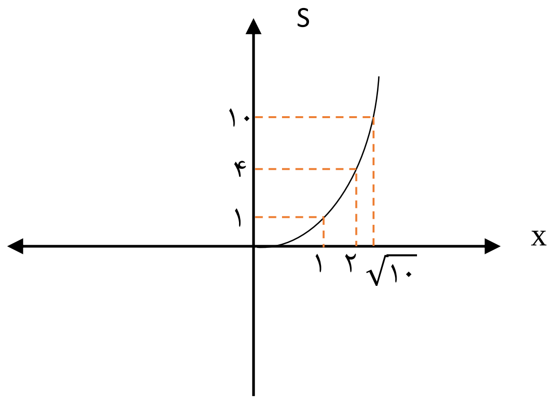
$S(x)=x^2$

$S(2)=4$

$S(\frac{۱}{۲}) = \frac{۱}{۴}$

$S(\sqrt{۲})=۲$

*حال اگر بخواهیم نمودار این تابع را در دستگاه مختصات نمایش دهیم چنین خواهد بود.



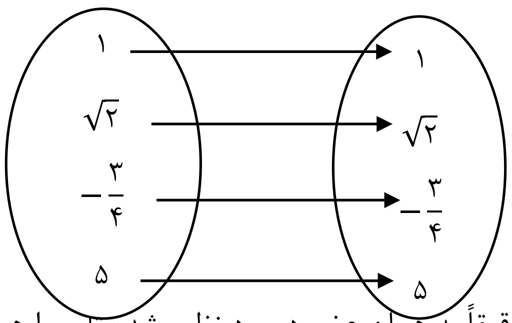
*این نمودار از بی نهایت نقطه تشکیل شده است که هر نقطه دارای مولفه اوّل و دوّم است،مولفه اول همان طول ضلع و مولفه دوّم مساحت خواهد بود.

*دامنه این تابع مجموعه اعداد حقیقی مثبت می باشد.

*به مولفه اوّل مستقل و مولفه دوّم مولفه وابسته نیز می گوییم.

انواع تابع

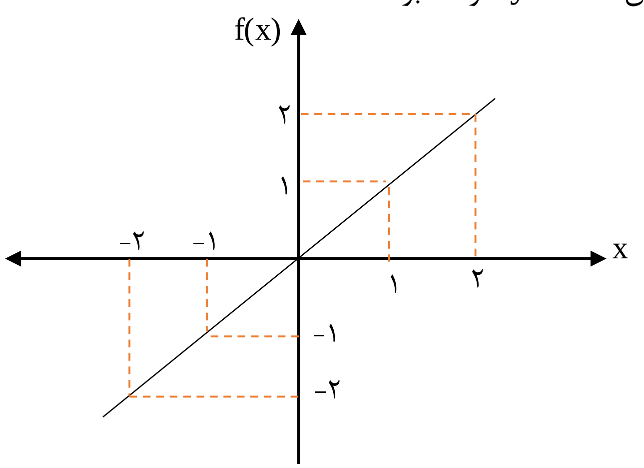
تابع همانی:به توابع زیر توجه کنید.همانطور که می بینید هر عضو از دامنه به همان عضو از برد نسبت داد،شده است.



$f=\{(a,a)(b,b)(c,c)\}$

*اگر دامنه و برد یک تابع برابر باشند و هر عضو از دامنه دقیقاً به همان عضو در برد نظیر شده تابع را همانی می نامند.نمایش جبری تابع همانی به صورت $f(x)=x$ خواهد بود.

*اگر دامنه تابع همانی را R در نظر بگیریم نمودار آن همان خط $y=x$ خواهد بود.



*هر نقطه روی این نمودار دارای مولفه اوّل(طول)و مولفه دوم(عرض)یکسانی است.

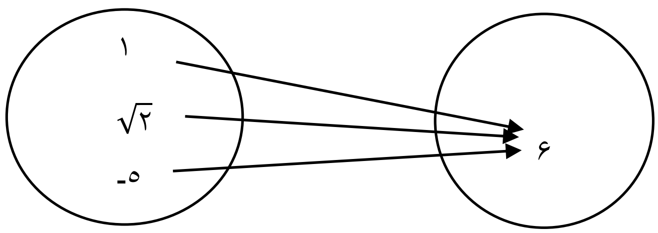
*به این نمودار(خط)نیمساز ناحیه اول و سوم دستگاه مختصات می گوییم.

نیمساز ناحیه اوّل $\rightarrow x \geq ۰$ $\quad f(x)=(x)$

نیمساز ناحیه سوّم $\rightarrow x \leq ۰$ $\quad f(x)=(x)$

نیمساز ناحیه اوّل و سوّم $\rightarrow R$ $\quad f(x)=(x)$

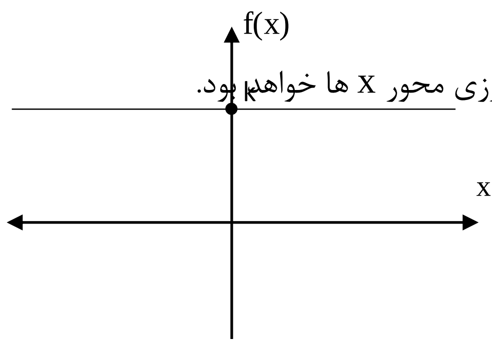
تابع ثابت:به توابع زیر توجه کنید.همانطور که می بینید همه اعضای دامنه به یک عضو ثابت نسبت داده شده اند.



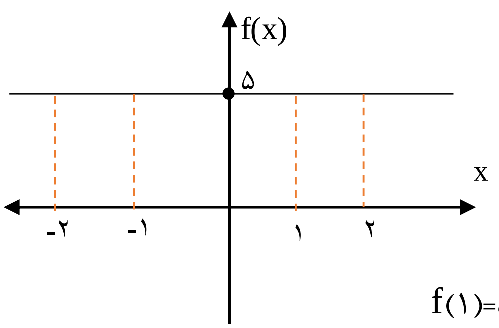
f={(۲و۷)(۵و۷)(√۲و۷)}

*تابعی مانندf را که برد برد آن شامل تنها یک عضو است تابع ثابت می نامیم اگر این عضو را k بنامیم تابع ثابت را معمولاً با معادله f(x)=k نمایش می دهیم.

*اگر دامنه این تابع را R در نظر بگیریم نمودار آن به صورت خطی موزی محور x ها خواهد بود.



*مولفه دوم تمام نقاط موجود روی این خط عدد k می باشد.برای مثال نمودار به تابع ثابت f(x)=۵ توجه کنید.



*عرض تمام نقاط موجود در این تابع عدد ۵ است ←f(۱)=۵, f(-۱)=۵, f√۳)=۵,........

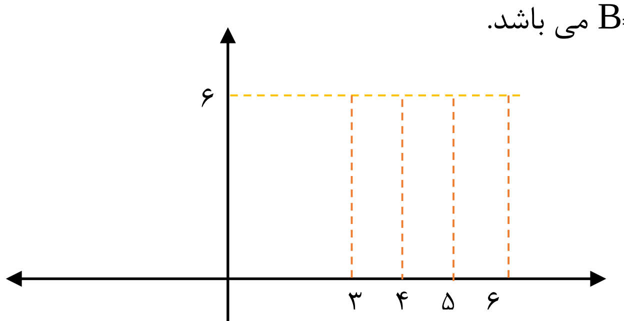
*جدول زیر دمای هوا را در ساعات مختلف نشان می دهد.

ساعت	۳	۴	۵	۶
دما	۶	۶	۶	۶

*جدول بالا در واقع نمایش دهنده یک تابع ثابت است.← f(۶)=۶ f(۵)=۶ f(۴)=۶ f(۳)=۶

دامنه این تابع مجموعه {۶و۵و۴و۳}:A و برد آن {۶}=B می باشد.

*نمودار تابع بالا به صورت رو به رو خواهد بود.



❋نمایش جبری این تابع به صورت f(x)=۶ می باشد به طوری که D_f:{۳و۴و۵و۶}

❋همان طور که می بینید نمایش جبری تابع ثابت فاقد x است و فقط شامل یک عدد است.

۳۱)اگر مساحت دایره را S و شعاع آن را r در نظر بگیریم کدام نمایش جبری مساحت را بر حسب تابعی از شعاع نشان می دهد؟

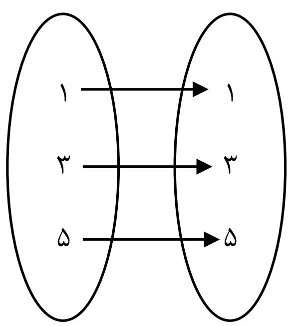
۱) $S(r) = 2\pi r$ ۲) $S(r) = \pi r^2$ ۳) $S(r) = r$ ۴) هیچ کدام

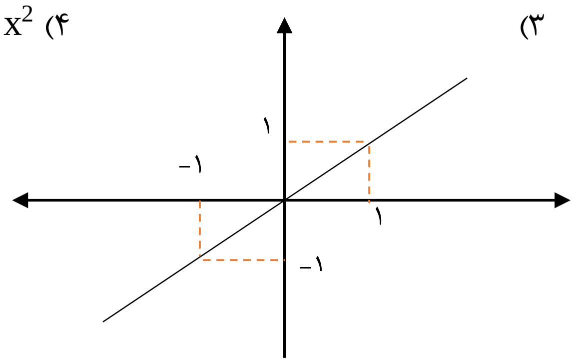
۳۲)رابطه $F(c)=\frac{۹}{۵}C+۳۲$ نشان دهنده دمای هوا بر حسب فارنهایت بر حسب تابعی از دمای هوا بر حسب سانتی گراد است.طبق این رابطه ۹۵ درجه فارنهایت چند درجه سانتی گراد است؟

۱) ۳۵ ۲) ۷۶ ۳) ۹۵ ۴) ۲۰۳

۳۳)کدام یک تابع همانی نیست؟

۱) f={(۱و۱) ($\sqrt{۲}$و$\sqrt{(۲)}$)}

۲)


۳)


۴) $f(x)= x^2$

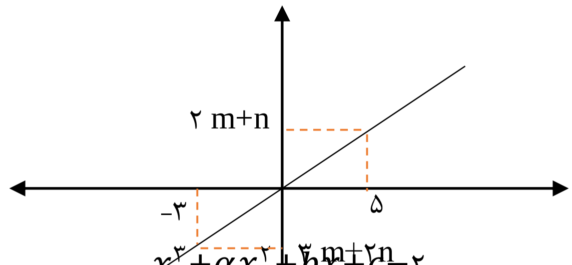
۳۴)اگر تابع f={(۴و۳m-۲)(n-۱و۳)} همانی باشد حاصل $\frac{m}{n}$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) ۲ ۳) $\frac{۱}{۳}$ ۴) ۳

۳۵)اگر f={(۱-وa+b)(ab و۲-)(-b وk)} همانی باشد k کدام می تواند باشد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳- ۴) صفر

۳۶)اگر نمودار مقابل مربوط به تابع همانی باشد $\frac{m}{n}$ کدام است؟



۳۷)تابع $f(x)=\frac{x^۳+\alpha x^۲+bx+c-۲}{x^۲-x+۱}$ همانی است a+b+c کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۲ ۳) ۲- ۴) ۳

۳۸)چند مورد نادرست است؟

الف)هر تابعی که دامنه و برد آن برابر باشد همانی است.

ب)هر تابعی که همانی است دامنه و برد آن برابر است.

پ)هر تابعی که برد آن تک عضوی است ثابت است.

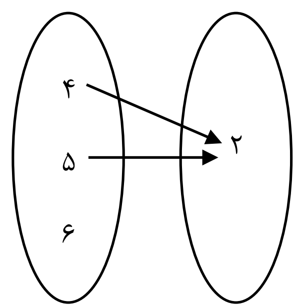
ت)هر تابعی که ثابت است برد آن تک عضوی است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) صفر

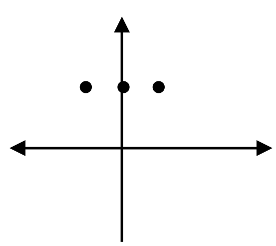
۳۹)کدام یک تابع ثابت نیست؟

۱) f={(۱و۱۰)(۰و۱۰)}

۲)



۳)



۴) $f(x)=۴$

۴۰)اگر جدول زیر مربوط به یک تابع ثابت باشد مقدار $\frac{b-۳k}{d+۱۲}$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۴ ۳) ۱۶ ۴) ۱۲

x	۳	$\alpha+۱$	۲	۷
F(x)	$\sqrt{k}$	$\sqrt[۳]{b}$	۴	**d**

۴۱)اگر تابع {(m+n و۴)(m−n ۲و۶)(۳و)}=f ثابت باشد $\frac{m}{n}$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) ۳ ۴) $\frac{۱}{۳}$

۴۲)اگر {(t و۵−۲n)(۲+۳m و۴)(m و۸)(n²−۲n و ۳)}=f یک تابع ثابت سه عضوی باشد m+n+t کدام است؟

۱) ۱۰ ۲) ۱۱ ۳) ۱۲ ۴) ۱۴

۴۳)اگر تابع $f(x)=mx^2+(n-۱)x+۵$ ثابت باشد $f(۱۰)$ کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۱۰ ۳) ۵ ۴) بستگی به m و n دارد

۴۴)برد تابع $f(x)=(a-b-1)x^2+(b-۲)x+a+c-1$ مجموعه تک عضوی $D_f:\{۲\ c-a\}$ و دامنه آن مجموعه اعداد حقیقی است در این صورت a+b+c کدام است؟

۱) ۱۰ ۲) ۹ ۳) ۸ ۴) ۷

۴۵)مساحت بین نمودار تابع $f(x)=۴$ ،نیمساز ناحیه اوّل و محور y چه قدر است؟

۱) ۱۶ ۲) ۸ ۳) ۳۲ ۴) ۴

۴۶)اگر f تابع همانی و g ثابت باشد و بدانیم $f(2a-1)+g(5)=12$ و $f(a)+g(۳)=۱۰$ است.$f(3a)+g(6)$ کدام است؟

۱) ۱۰ ۲) ۱۲ ۳) ۱۶ ۴) ۱۵

تابع چند جمله ای:هر تابع به صورت $f(x)=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\dots\ \dots\ \dots+a_2x^2+a_1x^{???}+a_0$ که در آن $a_0,a_1,a_2,\dots\dots\dots a_{n-1},a_n$ اعداد حقیقی و n یک عدد صحیح نامنفی و $a\neq ۰$ باشد.یک تابع چند جمله ای از درجه n می نامیم.

* n باید یک عدد صحیح نامنفی باشد و در جملات یکی یکی کم می شود تا به صفر برسد.

۱) اگر n=0 باشد$\longleftarrow f(x)=a_0 \longleftarrow f(x)=\sqrt{۲}$ تابع چند جمله ای از درجه صفر(ثابت)هستند.

۲) اگر $n=1$ ⟵ $f(x)=a_1x+a_0$ ⟵ یک تابع چند جمله ای از درجه یک است.

البته به شرطی که a_1 صفر نباشد برای مثال: $f(x)=2x+5$، $f(x)=\sqrt{۲}x$ تابع چند جمله ای از درجه یک هستند.اما تابع $f(x)=0x+5$ چند جمله ای از درجه یک نیست چرا که عملاً x ۰ حذف می شود و تابع ما چند جمله ای از درجه صفر خواهد بود.به تابع چند جمله ای از درجه اول تابع خطی نیز می گوییم.

۳)اگر $n=۲$ ⟵ $f(x)=a_2x^2+a_1x+a_0$ ⟵یک تابع چند جمله ای از درجه دو است البته به شرطی که a_2 صفر نباشد برای مثال $f(x)=2x^2+5x-3$.

*و بدین ترتیب با بزرگترین کردن n سایر توابع چند جمله ای ایجاد خواهد شد.

$F(x)=2x^3+5x-1$ چند جمله ای از درجه سه

$f(x)=2x^5-4x^3+\sqrt{۷}x^{۲}$ ⟵ چند جمله ای از درجه پنج

*در تابع چند جمله ای از درجه n فقط مهم است که a_n صفر نباشد و بقیه ضرایب می توانند صفر باشند برای مثال:

$f(x)=2x^2+0x+5=2x^2+5$⟶ چند جمله ای درجه دو

*همانطور که دقت کردید در توابع چند جمله ای تمامی توان های x عددی صحیح و نامنفی هستند و برای مثال توابع زیر نمی توانند چند جمله ای باشند.

$f(x)=\sqrt{x}+۵ \to x^{\frac{۱}{۲}}+۵$ ⟵چون توان x عددی صحیح و نامنفی نیست

این تابع چند جمله ای نیست.

$f(x)=x^{۳}+\frac{۱}{x^{۲}} \to x^{۳}+x^{-۲}$ ⟵چون x دارای توان منفی است این

تابع چند جمله ای نیست.

*دامنه توابع چند جمله ای IR یعنی مجموعه اعداد حقیقی است.

تذکر مهم:اگر نمایش جبری تابعی داده شده باشد ولی دامنه آن مشخص نشده باشد معمولاً بزرگترین مجموعه ممکن را که تابع به ازای آن ها تعریف شده است به عنوان دامنه در نظر می گیریم.

در این جا دامنه کاملاً و به طور صریح مشخص شده است.

$F(x)=2x+5$ $\qquad D_f:[3,6]$

در این جا فقط ضابطه نوشته شده و صریحاً دامنه $g(x)=x^3+x^2-1$ را نگفته پس ما بزرگترین مجموعه ممکن را که تابع به ازای آن تعریف شده است در نظر می گیریم که در مورد توابع چند جمله ای IR می باشد.

*گاهی در نمایش تابع f(x) را با y نشان می دهند برای مثال

$F(x)=x^2-1 \rightarrow y=x^2-1$

*پس y همان f(x) است.

۴۷)کدام یک تاع چند جمله ای است؟

۱) $F(x)=x+x\sqrt{x}$

۲) $G(x)=\frac{۱}{x^۲+۱}$

۳) $F(x)=x^۵-۱$

۴) $F(x)=2\sin x$

۴۸)اگر $f(x)=x^3+2x^2+ax+b$، $f(1)=5$ و $f(-2)=-1$ باشد آن گاه مقدار ۳ a- ۲ b کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۵ ۳) ۱- ۴) ۵-

۴۹)اگر تابع $f(x)=(2m-4)x^3+nx^2+3x$ چند جمله ای از درجه اوّل باشد m+n کدام است؟

۱) ۲ ۲) صفر ۳) ۲- ۴) امکان پذیر نیست

۵۰)اگر برد تابع $f(x)=(a-2)x^2+2bx-k$ مجموعه تک عضوی {۵} باشد حاصل $\frac{a+b}{k}$ کدام است؟

۱) $-\frac{۲}{۵}$ ۲) $\frac{۲}{۵}$ ۳) $-\frac{۵}{۲}$ ۴) $\frac{۵}{۲}$

۵۱)اگر زوج مرتب های(۵و۲)(۱۵و۴) تابع $f(x)=mx+n$ باشند $\frac{m}{n}$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۱- ۳) ۵ ۴) ۵-

۵۲)اگر $f(x)=\frac{۲x^۲-۸x+۱۳}{۴x^۲-۱۶x+۱۵}$ باشد $f(2-\sqrt{۳})$ کدام است؟

۱) $\frac{۲-\sqrt{۳}}{۴}$ ۲) ۱ ۳) $\frac{۱۱}{۱۵}$ ۴) $\frac{۱۱}{۱۰}$

۵۳)دامنه کدام یک از توابع زیر IR است؟

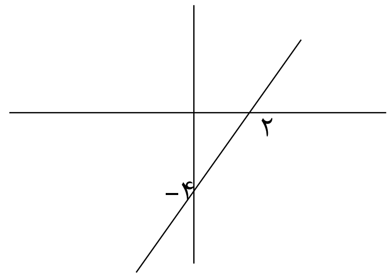
۱) $F(x)=\sqrt{x}$ ۲) $F(x)=x^2-x$ ۳) $F(x)=\frac{۱}{x}$ ۴) $F(x)=\sqrt[۴]{x-۵}$

نگاهی عمیق تر به نمودار دستگاه مختصات

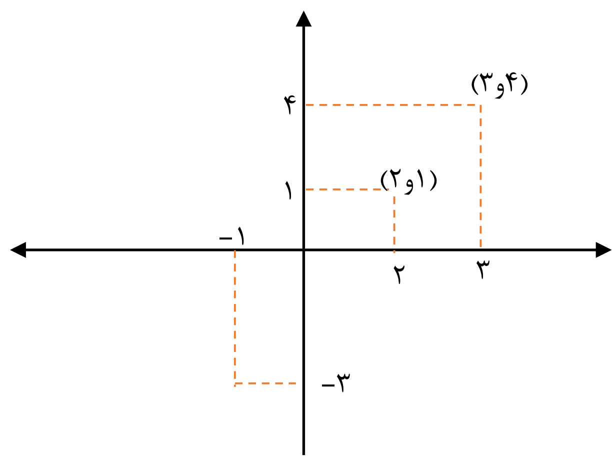
*همان طور که قبلاً دیدید می توانیم یک تابع را در دستگاه مختصات نشان دهیم به طوری که طول نقطه همان مولفه اوّل زوج مرتب ها و عرض نقطه مولفه دوّم زوج های مرتب می باشد.

*هم چنین دیدیم که وقتی دامنه از اعضای محدود و قابل شمارش تشکیل شده باشد نمودار از چند نقطه ایجاد می شود ولی وقتی دامنه یک بازه است و بی نهایت عضو دارد نمودار از خط ها و منحنی ها متشکل است برای مثال به دو تابع زیر توجه کنید(با رسم نمودار توابع مختلف در فصل مربوط به خودشان آشنا خواهیم شد)

$Y=2x-4$ $D_f:R$



f={(۲و۱)(۳و۴)(-۱و-۳)}



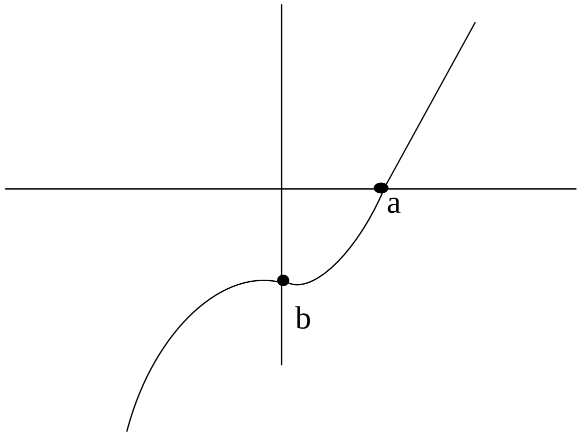
*برای مثال نقطه (۲و۳) روی نمودار است پس در ضابطه صدق می کند.

(۳و۲)⟶ $y=۲x-۴ \longrightarrow ۲=۲(۳)-۴ \longrightarrow ۲=۲$

*حال فرض کنید بدانیم نقطه (۵و۲) روی نمودار تابع $y=x^2+b$ قرار دارد روشن است که نقطه در ضابطه صدق می کند.

$y=x^2+b \xrightarrow{(\text{۵ و ۲})} ۵=۲^{۲}+b \longrightarrow b=۱$

*به نمودار تابع $y=x^3-8$ توجه کنید.



⁕حال در پی آن هستیم که aوb را بدست آوریم.نقطه a بر روی محور x است و می دانیم که هر نقطه ای روی محور x باشد عرض آن صفر است پس نقطه (a‌و۰) روی نمودار است پس در ضابطه صدق می کند.

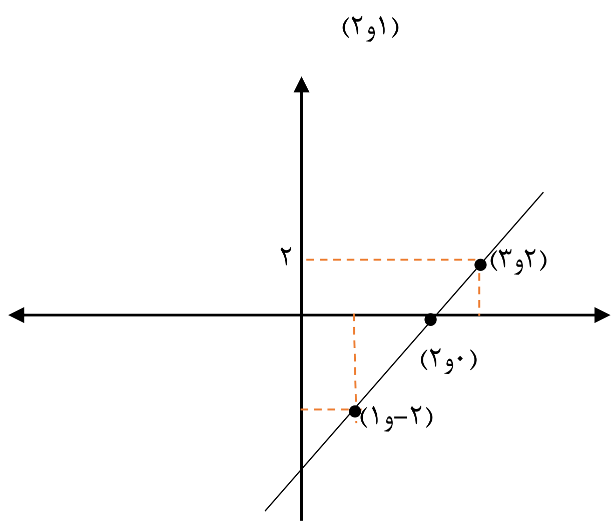
$y=x^3-8 \xrightarrow{(a.\cdot)} ۰= a^3-۸\longrightarrow a^3=۸\longrightarrow a=۲$

⁕حال به طریق رسم نمودار y=2x-4 توجه کنید.برای رسم نمودار این تابع ابتدا چند زوج مرتب از آن را به دست می آوریم.

F(x)=2x-4

F(1)=2(1)-4=-2　　　f(2)=2(2)-4=0　　　f(3)=2(3)-4=2

⁕حال این سه نقطه را مشخص می کنیم و به هم وصل می کنیم.



*همان طور که دیدید نمودار در واقع مجموعه زوج مرتب هایی است که طبق نمایش جبری تابع به دست می آیند یعنی وقتی $f(a)=b$ است نقطه (aوb) روی نمودار است.

*نتیجه مهم:اگر نقطه (aوb) روی نمودار یک تابع باشد در ضابطه آن تابع صدق می کند یعنی می توانیم به جای $f(x)$ عدد b و به جای x عدد a را قرار دهیم.

*نقطه b روی محور y است و می دانیم هر نقطه روی محور y باشد طول آن صفر است پس نقطه(bو۰) روی نمودار تابع است پس در ضابطه آن صدق می کند.

$y=x^3-8 \xrightarrow{(\cdot.b)} b = \cdot^{۳} - ۸ = -۸$

نتیجه:برای پیدا کردن نقطه تقاطع تابع با محور x کافی است در ضابطه y را صفر گرفته و x را پیدا کنیم.

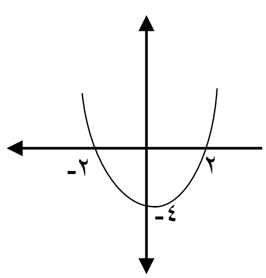
نتیجه:برای پیدا کردن نقطه تقاطع تابع با محور y کافی است در ضابطه x را صفر گرفته و y را به دست آوریم.

*حال اگر برای مثال می خواهیم نقاط تقاطع تابع $f(x)=x^2-4$ را با محور های مختصات به دست آوریم.

تقاطع با محور x $\rightarrow y=0 \rightarrow 0= x^2-4 \rightarrow x=\pm ۲$

تقاطع با محور y $\rightarrow x=0 \rightarrow y= 0-4 \rightarrow y=-٤$

*نمودار این تابع به صورت زیر است(بعداً در فصل تابع درجه دو به طو کامل آشنا خواهیم شد)



۵۴)نقطه (۷و۲) روی نمودار $f(x)=2x^2+k$ قرار دارد k کدام است؟

۱) ۱ ۲) -۱ ۳) ۲ ۴) -۲

۵۵)نقطه (۳و۱) روی نمودار کدام یک از توابع زیر قرار دارد؟

۱) $F(x)=x^2+1$ ۲) $F(x)=x^3+2$ ۳) $F(x)=3x-1$ ۴) $F(x)=\frac{۱}{x}$

۵۶)نقاط (۵و۱) و (۹و۳) روی نمودار تابع $y=ax+b$ قرار دارند a-b کدام است؟

۱) ۵ ۲) ۱ ۳) -۲ ۴) -۵

۵۷)نمودار تابع $f(x)=ax^2+bx+c$ از نقاط(۲-و۱)،(۳-و۲) می گذرد و محور y ها را در نقطه ای به عرض ۱ قطع می کند.$a+b-c$ کدام است؟

۱) ۳-　　۲) $-\frac{۵}{۲}$　　۳) ۳　　۴) $\frac{۵}{۲}$

۵۸)تابع $f(x)=\frac{۲x-۶}{x+۳}$ محور x را با چه طولی و محور y را با چه عرضی قطع می کند؟

۱) ۳و۲　　۲) ۲-و۳　　۳) ۳و۲-　　۴) ۳-و۳

۵۹)تابع $g(x)=x^3-x^2$ در چند نقطه محور های مختصات را قطع می کند؟

۱) ۲　　۲) ۳　　۳) ۴　　۴) ۱

۶۰)نقاط تقاطع تابع $y=|x|-۳$ با محور های ختصات را به هم وصل می کند و یک مثلث ایجاد می شود مساحت این مثلث چقدر است؟

۱) ۹　　۲) ۳　　۳) ۱۸　　۴) ۳۶

۶۱)تابع $f(x)=mx+n$ محور x ها را با طول ۲ و محور عرض را با عرض ۶- قطع می کند کدام نقطه روی نمودار این تابع قرار دارد؟

۱) (۱-و۶)　　۲) (۳-و۱)　　۳) (۱و۲)　　۴) (۴و۴)