

درجه‌ی تراکم بهینه‌ی چیدمان‌های دایروی دلخواه با استفاده از الگوریتم ژنتیک

چکیده

انتخاب نسبت‌های بهینه‌ی سنگدانه، بخش اصلی بهینه‌سازی طرح اختلاط می‌باشد. با فرض سنگدانه‌های دایروی، یک الگوریتم زنجیره‌ای تراکم^۱ به منظور متراکم کردن چیدمان دایره‌های مختلف ارائه شده است. به منظور دستیابی به چگال‌ترین تراکم دایره‌ها، تخلخل^۲ متراکم‌کننده‌ی مجموعه‌ی دایره‌ها با استفاده از الگوریتم ژنتیک جستجوگر ضریب^۳ بهینه شده‌اند. تطابق مناسب پارامترهای الگوریتم و انتخاب جمعیت اولیه ابزارهایی تاثیرگذار در سرعت بخشیدن به فرایند محاسباتی هستند. این مدل دقیقاً مشکلات شناخته شده را حل می‌کند. در نهایت پس از به کار گیری GA برای مجموعه‌ی اطلاعات منحنی دانه‌بندی ایده‌آل ارائه شده است.

کلمات کلیدی الگوریتم ژنتیک، الگوریتم زنجیره‌ای تراکم، درجه‌ی تراکم، بهینه‌سازی، دایره

۱ مقدمه

مشخصات مخلوط‌های بتن به مقدار سنگدانه‌ها وابسته است. چگالی فشردگی^۴ که مربوط به توزیع اندازه‌ی ذره‌ی سنگدانه‌هاست، یکی از مشخصه‌های تاثیرگذار بتن‌ها می‌باشد. تراکم مناسب سنگدانه‌ها ویژگی‌های مهندسی اصلی بتن مانند کارایی، مقاومت مکانیکی، مدول الاستیسیته، خزش، انقباض و نفوذپذیری را بهبود می‌بخشد. علاوه بر این، تراکم مناسب حجم چسباننده^۵ را کاهش می‌دهد و از لحاظ اقتصادی به طو قابل توجهی مقرون به صرفه است. گزارش‌های قدیمی بر اثرات مهم دانه‌بندی سنگدانه‌ها بر عملکرد بتن تاکید کرده‌اند [۱ و ۲]. مسئله‌ی بهترین نسبت برای سنگدانه موضوع بسیاری از تحقیقات آزمایشگاهی و تئوری بوده است [۳-۱۸]. اولین تلاش‌ها برای ایجاد بهترین توزیع بهینه‌ی اندازه‌ی ذرات بر اساس آزمایش قطره‌های مختلف گوی‌های کروی بودند [۲، ۷ و ۸]. این چنین آزمایش‌ها منجر به منحنی دانه‌بندی سنگدانه‌ها شدند که در صنایع بتن مورد استفاده قرار می‌گیرد. یکی از معروف‌ترین منحنی‌های دانه‌بندی ایده‌آل که به صورت گسترده برای بهینه کردن سنگدانه‌های بتن به کار می‌رود، توسط فولر ارائه و به وسیله‌ی دیگران به صورت یک رابطه‌ی ساده بهبود یافته است.

$$U(x_i) = 100 \left(\frac{x_i - x_0}{x_{max} - x_0} \right)^n \quad (1)$$

که در آن $U(x_i)$ درصد عوری ایده‌آل برای اندازه‌ی مربوط به سنگدانه‌ها (x_i) و x_0 و x_{max} به ترتیب حداکثر و حداقل اندازه‌ی سنگدانه‌ها می‌باشند. در این جا n درجه‌ی معادله‌ی منحنی ایده‌آل است که مقداری بین $0.33/0$ و $0.7/0$ توصیه شده است [۹ و ۱۰]. علی‌رغم مزیت‌های این منحنی ایده‌آل، درجه‌ی تراکم و چیدمان فضایی ذرات قابل پیش‌بینی نیستند.

علاوه بر این، از آن جایی که بهترین تراکم کره‌ها، مدل‌های مفیدی برای سیستم‌های فیزیکی مختلف ارائه کرده است؛ تعدادی از تحقیقات بر روی تراکم اتفاقی دایره‌ها/حلقه‌ها و ذرات یکنواخت و غیریکنواخت انجام گرفته است. وقتی کره‌ها به صورت اتفاقی روی یک سطح قرار گیرند، درجه‌ی تراکم آن‌ها معادل دایره‌های روی یک صفحه مانند تجمع باکتری، جذب سطحی

¹ Sequential Packing Algorithm (SPA)

² Genetic Algorithm (GA)

³ Genetic Algorithm search module

⁴ Packing density

⁵ Particle Size Distribution (PSD)

⁶ Binder

ذرات روی غشا^۷ها و توزیع حفرات در محیط متخلخل می‌باشد. به دنبال آن بسیاری از راه‌حل‌های تحلیلی و عددی در پیشینه‌ی تحقیقات وجود دارد [۷، ۲۸-۱۹].

به علاوه روش‌های المان گسسته^۸ی مختلف در چندین زمینه‌ی مهندسی شامل چگالی تراکم مواد دانه‌ای به طور گسترده‌ای مورد استفاده قرار گرفته‌اند [۲۹-۳۶]. برای بیش‌تر مسائل مهندسی و با صرف‌نظر از این‌که جابه‌جایی ذرات به صورت دینامیکی [۳۰-۳۷] یا روش شبه‌دینامیکی [۴۰-۳۸] محاسبه شده‌اند، اولین گام تحلیل، ایجاد یک چیدمان اولیه‌ی چگال از المان‌های گسسته‌ی موثر است. با این حال، چیدمان اولیه‌ی اتفاقی از ذرات چگال متراکم می‌تواند یک کار چالش‌برانگیز باشد [۴۱]. فرایند شبیه‌سازی نیازمند حجم زیادی از محاسبات است.

علی‌رغم این‌که چندین گزارش در مورد ارزیابی درجه‌ی تراکم انتشار یافته است، مسئله‌ی تراکم سیستم‌های واقعی هم‌چنان یک موضوع چالش‌برانگیز باقی مانده که توجه بسیاری از محققین را به خود جلب کرده است. حداکثر درجه‌ی تراکم دایره‌های متراکم دو بعدی با اندازه‌های برابر در سیستم تراکم شش‌گوشه^۹ی برابر با 0.9069 اندازه‌گیری شده است [۷، ۱۹، ۲۱، ۲۵، ۲۷]. با استفاده از اندازه‌های مختلف دایره‌ها درجه‌ی تراکم‌های بیش‌تری نیز به دست می‌آید. استفاده از یک محدوده‌ی گسترده و تعداد زیاد از دایره‌ها سبب شده است تا درجه‌ی تراکم تئوری به واحد نزدیک شود.

در مطالعه‌ی اخیر یک الگوریتم زنجیره‌ای تراکم به منظور متراکم کردن چیدمان‌های دایره‌های دلخواه در مرحله‌ی اول ارائه شده است. پس از آن، بهبود این الگوریتم در حالت دو بعدی با استفاده از ضریب الگوریتم ژنتیک توسعه یافته است. به دلیل این‌که تعداد کمی از مقاله‌ها [۱۴] مسائل تراکم را با استفاده از GA حل کرده‌اند، این کار می‌تواند برای یافتن بهترین چیدمان فضایی از دایره‌ها استفاده گردد.

در این مقاله، ابتدا فرایند چیدمان دایره و تابع هدف آن ارائه می‌شود؛ سپس کاهش تعداد دایره‌ها با استفاده از فرایند بهینه‌سازی تابع هدف با استفاده از GA بحث و دنبال می‌شود. در نهایت، فرایند بهینه‌سازی صحت‌سنجی خواهد شد و پس از آن درجه‌ی تراکم چیدمان دایروی دلخواه بهینه می‌گردد. در پایان نتایج تحقیق در بخش نتیجه‌گیری خلاصه می‌شود.

۲ توصیف چیدمان دایروی

در این مطالعه، یک فضای نامحدود برای یافتن درجه‌ی تراکم دایره‌ها در نظر گرفته شده است. چیدمان دایره‌ها با شعاع‌های مختلف در چگال‌ترین منطقه هدف اصلی این بررسی است که در آن فرایند شبیه‌سازی می‌تواند به صورت دایره‌های کنار هم و یک شکل مارپیچ که در اثر متصل کردن مراکز دایره‌ها به هم به وجود می‌آید، واقعی‌سازی شود. نمایش SPA در شکل (۱) نشان داده شده است.

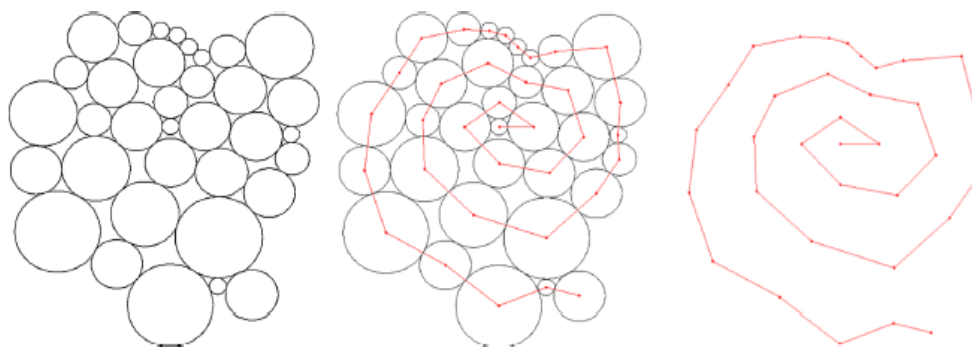
برای ایجاد یک نمونه، n دایره با شعاع اتفاقی همانطور که در شکل (۲) نشان داده شده است، به عنوان کوروموزوم^{۱۰} در نظر گرفته می‌شوند. از این رو هر نمونه یا کوروموزوم یک مانریس خطی است. حداکثر شعاع دایره‌ها $1/25$ سانتی‌متر در نظر گرفته شده است که معمولاً در بتن ساده استفاده می‌شوند.

⁷ Membrane

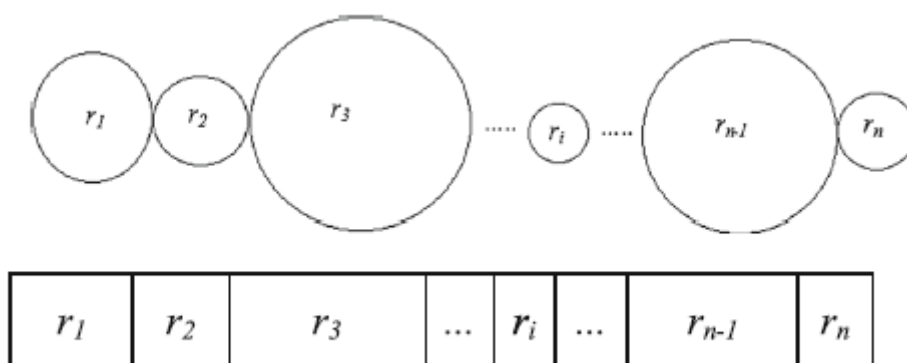
⁸ Discrete Element Method (DEM)

⁹ Hexagonal

¹⁰ Chromosome



شکل ۱ چیدمان ماریج دایره‌ها



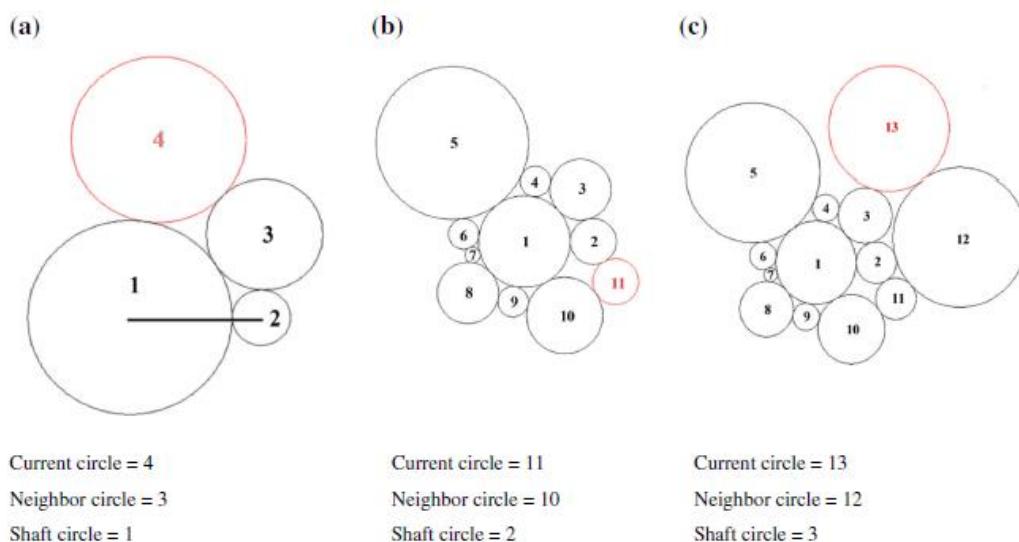
شکل ۲ نوع کوروموزوم نمونه

اولین دایره در مرکز دامنه قرار گرفته است (۰ و ۰)، که مرکز انحنا یا ماریج می‌باشد. دایره‌ی دوم در دست راست دایره‌ی اول و به صورت مماس بر آن قرار می‌گیرد. وقتی مراکز دایره‌ها به هم وصل شوند، یک خط افقی ایجاد می‌شود (شکل ۳a را ببینید). دایره‌ی سوم مماس بر دایره‌های قبلی و در جهت پاد ساعتگرد قرار می‌گیرد. چیدمان مشابهی از ۳ دایره‌ی اول توسط فنک^{۱۱} و دیگران به منظور پر کردن دامنه با حلقه‌های دایروی با ابعاد مختلف استفاده شده است [۴۲]. دایره‌های بعدی به ترتیب در جهت پاد ساعتگرد و به همان روشی که مطابق آن دایره‌ی مورد نظر باید حداقل بر دو دایره مماس باشد؛ قرار می‌گیرند. دایره‌ی اول، آخرین دایره‌ی قرار گرفته است که دایره‌ی همسایه^{۱۲} نامیده می‌شود و دایره‌ی دوم با نام دایره‌ی محور^{۱۳} دایره‌ای است که دایره‌ی همسایه و برخی دایره‌های مقابل در اطراف آن قرار گرفته یا خواهند گرفت. سه نمونه از چیدمان‌های دایروی برای دایره‌های همسایه و محور بیان شده در شکل (۳) نشان داده شده‌اند. برای مثال در شکل (۳c) اولین دایره، برای دایره‌های دوم و دهم، دایره‌ی محور است. از سوی دیگر دایره‌ی محور مربوط به دوایر یازدهم و سیزدهم، به ترتیب دایره‌ی دوم و سوم می‌باشد.

¹¹ Feng

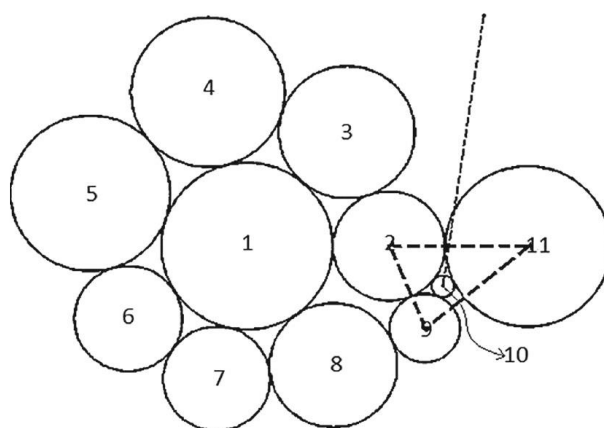
¹² Neighbor circle

¹³ Shaft circle



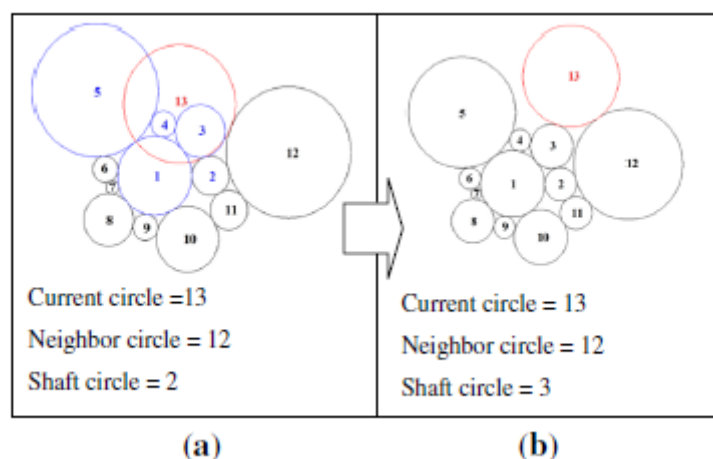
شکل ۳ مثالی از چیدمان دایروی برای دایره‌های موجود مختلف با تعریف دایره‌های همسایه و محور (a) دایره ۴ (b) دایره ۱۱ (c) دایره ۱۳

همچنین این الگوریتم محل قرارگیری دایره‌های محصورشده را در میان ۳ دایره‌ی قبلی قرار گرفته در طول چیدمان‌های دایروی مشخص می‌نماید. شکل (۴) تشخیص دایره‌های محصورشده را نشان می‌دهد که در آن ۴ دایره، دایره‌هایی مماس با یکدیگر دارند. پس از آن، مراکز ۳ دایره که به صورت دلخواه انتخاب می‌شوند، به هم وصل می‌گردند تا یک مثلث شکل گیرد. همانطور که در شکل (۴) نشان داده شده است، مراکز دایره‌های دوم، نهم و یازدهم به هم متصل شده‌اند. سپس دو نقطه به منظور ترسیم یک خط انتخاب شده است. اولین نقطه مرکز دایره‌ی چهارم و نقطه‌ی دوم دور از دامنه قرار گرفته است. اگر تعداد نقاط تقاطع خط و مثلث برابر ۱ باشد، به این معنی است که دایره‌ی چهارم در میان ۳ دایره محصور شده است. در غیر این صورت، اگر تعداد نقاط تقاطع بین خط و مثلث برابر ۰ یا ۲ باشد، به این معنی است که دایره‌ی چهارم محصور نشده است. هر دایره‌ای مانند دایره‌ی چهارم باید به منظور اثر محصورشدگی آن بررسی شود. برای مثال در شکل (۴) دایره‌ی دهم بین فضای خالی دایره‌های دوم، نهم و یازدهم قرار گرفته است. این دایره‌ها می‌توانند در طول بهینه‌سازی درجه‌ی تراکم موثر باشند.



شکل ۴ شناسایی دایره‌های محصور

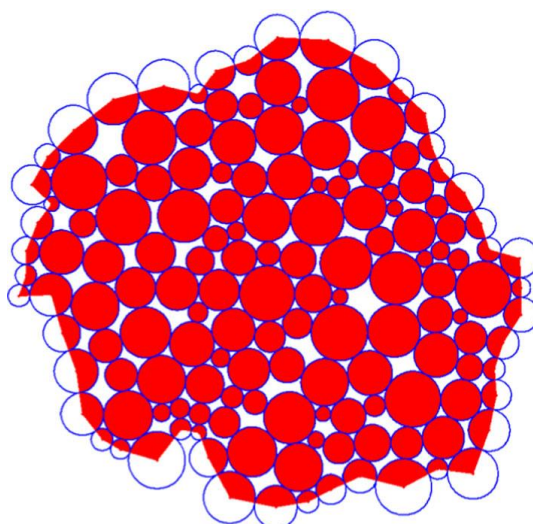
دایره‌های بعدی تا زمانی که یک دایره با دایره‌های قبلی همپوشانی داشته باشد، به ترتیب در اطراف مرکز انحنا قرار می‌گیرند. این موضوع در شکل (۵a) نشان داده شده است که در آن دایره‌ی سیزدهم با دایره‌های اول، سوم، چهارم و پنجم همپوشانی دارد. همپوشانی‌های پیچیده‌ی مختلفی می‌تواند در طول چیدمان دایره‌ها رخ دهد. تمامی همپوشانی‌ها باید با استفاده از تغییر دایره‌های همسایه و محور از بین بروند. حذف همپوشانی‌های ساده دایره‌ها (شکل ۵a) با تغییر دایره‌ی محور در طول چیدمان‌های دایرویی در شکل (۵b) نشان داده شده است. انتخاب دایره‌ی محور یا همسایه به جاگذاری دوباره‌ی لایه‌ی خارجی دایره‌ی موجود بستگی دارد.



شکل ۵ a همپوشانی‌های دایره b حذف همپوشانی‌ها با تغییر دایره‌ی محور

۳ تابع هدف مدل

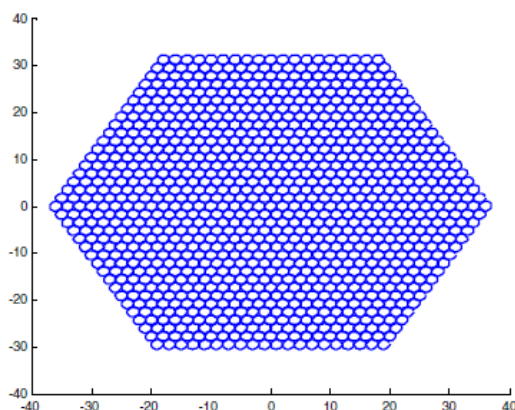
درجه‌ی تراکم دایره‌های چیده شده به عنوان تابع هدف در نظر گرفته می‌شود. درجه‌ی تراکم نیز با استفاده از کسر تراکم η ، که بخشی از حجم اشغال شده یا بر حسب تخلخل $\epsilon = 1 - \eta$ ، که بخشی از حجم اشغال نشده است، توصیف می‌گردد. درجه‌ی تراکم همانند کار کاسک^{۱۴} و دیگران محاسبه می‌شود [۱۹]. یک چندضلعی با وصل کردن خطوط از مراکز دایره‌های پیرامونی شکل می‌گیرد. یک نمونه از چندضلعی مرزی در شکل (۶) نشان داده شده است. نسبت داخلی موثر چندضلعی مرزی به عنوان کسر تراکم یا درجه‌ی تراکم در نظر گرفته می‌شود.



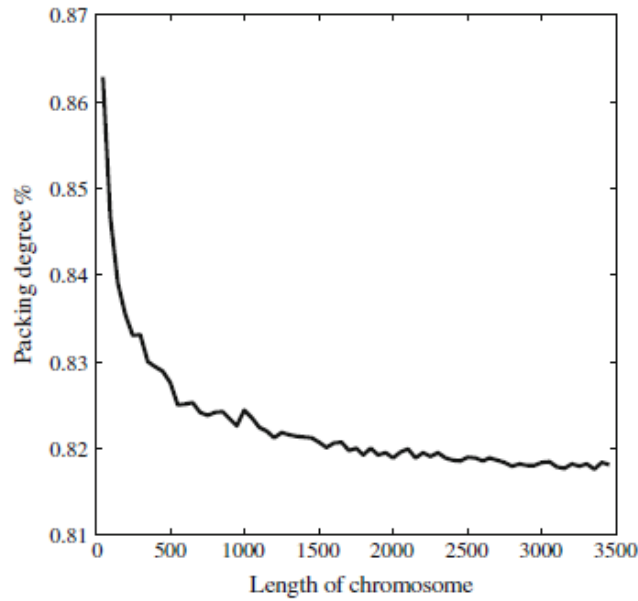
شکل ۶ چندضلعی مرزی برای محاسبه‌ی درجه‌ی تراکم

۴ تعداد دایره‌ها (N)

برای کاهش هزینه‌های محاسباتی، تعداد دایره‌ها یا طول کوروموزوم (n) باید محدود شود. هنگامی که n دایره‌ی یکنواخت با استفاده از روش ارائه‌شده‌ی SPA چیده شوند، حداکثر درجه‌ی تراکم ($0/9069$) با توجه به شکل شش‌ضلعی تراکم در گام اول به وجود می‌آید. چیدمان 1008 دایره با شعاع واحد در شکل (۷) نشان داده شده است. درجه‌ی تراکم دایره‌های یکنواخت حدود $0/82$ تا $0/89$ گزارش شده است [۷، ۱۹، ۲۱]. اگرچه در صورت استفاده از دایره‌های غیرهمسان، کسر تراکم به دلیل افزایش نسبی حفرات موجود بین دایره‌ها، کاهش می‌یابد. تاثیر تعداد دایره‌های غیرهمسان بر درجه‌ی تراکم در شکل (۸) نشان داده شده است. در این روش، قطرهای دلخواهی در محدوده‌ی 75 میکرون تا $2/5$ سانتی‌متر انتخاب شده‌اند که این اندازه‌ها معمولاً در بتن ساده مورد استفاده قرار می‌گیرند. به صورت مشخص دیده می‌شود که درجه‌ی تراکم با افزایش تعداد دایره‌ها کاهش می‌یابد. این اتفاق به دلیل اثر مرزی است؛ زیرا چندضلعی مرزی تمایل به کمینه کردن حفرات موجود در لایه‌ی بیرونی دارد [۱۹]. وقتی تعداد دایره‌ها بیش از 300 شود، کاهش قابل‌توجهی در درجه‌ی تراکم وجود ندارد. همچنین درجه‌ی تراکم مشابه گزارش‌های محققین دیگر مانند [۱۹] برای دایره‌های همسان، به مقدار $0/818$ همگرا می‌شود. بنابراین به منظور از بین بردن اثر دیواره یا مرز، تعداد دایره‌ها بیش از 300 در نظر گرفته می‌شود.



شکل ۷ چیدمان 1008 دایره‌ی همسان با شعاع واحد با استفاده از روش ارائه شده‌ی SPA



شکل ۸ اثر تعداد دایره بر درجه‌ی تراکم دایره‌های غیرهمسان

پارامتر دیگری که می‌تواند بر تعداد دایره‌ها اثرگذار باشد، منحنی دانه‌بندی تعداد دایره‌های محاسبه شده با توجه به قطرهای انتخابی به شیوه‌ی زیر است.

تابع محدوده‌ی عبوری $U_A(x)$ می‌تواند به صورت زیر خلاصه شود:

$$U_A(x) = A_t \times U(x) \quad (2)$$

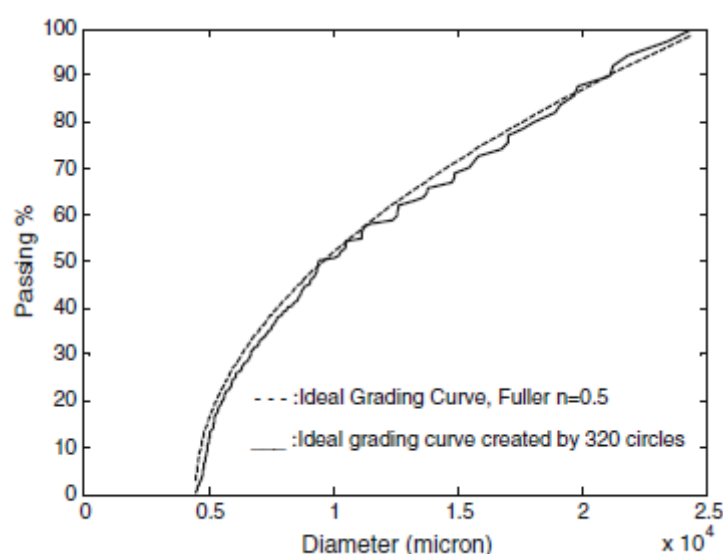
که در آن A_t مساحت کلی دایره‌ها و $U(x)$ منحنی دانه‌بندی در معادله‌ی (۱) است. در فاصله‌ی دیفرانسیلی $(x, x + dx)$ ، افزایش مساحت دایره‌ها و به دنبال آن تابع تعداد دایره‌ها به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$\begin{aligned} \frac{dU_A(x)}{dx} &= A_t \times \frac{dU(x)}{dx} = \frac{dN(x)}{dx} \times \frac{\pi x^2}{4} \Rightarrow \\ N(x) &= \int \frac{4A_t}{\pi x^2} \times \left(\frac{dU(x)}{dx} \right) dx \end{aligned} \quad (3)$$

که در آن $\frac{\pi x^2}{4}$ مساحت دایره‌ای با قطر x می‌باشد. مشخص است که تعداد دایره‌ها به منحنی دانه‌بندی $U(x)$ و مساحت کل (A_t) وابسته است. تعداد دایره‌ها در محدوده‌ی (d_1-d_2) با استفاده از منحنی دانه‌بندی معادله‌ی (۱) محاسبه می‌شود:

$$N = \int_{d_1}^{d_2} \frac{4nA_t}{\pi (x_{max} - x_{min})^n} \times \frac{(x_{max} - x_{min})^{n-1}}{x^2} dx \quad (4)$$

در این رابطه، d_1 و d_2 قطرهای دلخواه هستند ($d_2 > d_1$). با توجه به آزمایش اندریسن^{۱۵} و اندرسن^{۱۶} [۹] و شبیه‌سازی کامپیوتری دینگر^{۱۷} و فانک^{۱۸} [۱۰] درجه‌ی تراکم یک پودر با کاهش شاخص توزیع n افزایش می‌یابد و بیش‌ترین چگالی تراکم وقتی رخ می‌دهد که شاخص توزیع به مقدار یک سوم برسد. علاوه بر این آن‌ها مقدار n برابر نیم را برای کره‌ها توصیه کرده‌اند. تعداد دایره‌های محاسبه شده برای شن و ماسه بر اساس معادله‌ی (۴) و شاخص توزیع ۰/۵ به ترتیب برابر ۳۲۰ و ۱۴۷۰ می‌باشد. x_{max} برای شن و ماسه به ترتیب ۲۵ و ۴/۵ میلی‌متر و x_{min} نیز ۴/۵ میلی‌متر و ۷۵ میکرون فرض شده‌اند. روشن است که در صورت استفاده از محدوده‌ی وسیع شعاع برای دایره‌ها کوچک‌تر، تعداد بیش‌تری دایره برای ایجاد منحنی دانه‌بندی مربوط نیاز است. منحنی دانه‌بندی ایجاد شده برای ۳۲۰ دایره در محدوده‌ی ابعاد شن در مقایسه با منحنی دانه‌بندی ایده‌آل (معادله‌ی (۱) و شتخص توزیع ۰/۵) در شکل (۹) نشان داده شده است.



شکل ۹ مقایسه‌ی بین منحنی دانه‌بندی ایده‌آل و منحنی دانه‌بندی ایجاد شده

۵ بهینه‌سازی تابع هدف با استفاده از الگوریتم ژنتیک

علی‌رغم این‌که فرایند SPA بیان شده منجر به تراکم با چگالی بالا می‌گردد، هنوز حفرات چشمگیری در میان دایره‌ها وجود دارند. الگوریتم ژنتیک جستجوگر ضریب به منظور کاهش این حفرات مورد استفاده قرار گرفته است. استفاده از یک الگوریتم ژنتیک برای دایره‌های فشرده یکی از روش‌های محاسباتی موجود بر اساس تشابه با سیر تکامل طبیعت و یک نمونه از روش‌های الهام گرفته از زیست‌شناسی^{۱۹} است. این الگوریتم یک روش محاسباتی بر اساس جمعیت^{۲۰} است که در آن یک شخص، به عنوان راه‌حل جمعیت، متحمل تکامل شبیه‌سازی شده می‌گردد [۴۳]. وقتی این نوع الگوریتم برای حل یک مسئله‌ی مشخص به کار برده می‌شود، این اشخاص معمولاً نشان‌دهنده‌ی راه‌حل‌های موجود برای آن مسئله هستند. یک الگوریتم ژنتیک شامل یک روش انتخاب است که در آن اشخاصی (مشخص شده با استفاده از اطلاعات مسئله) که بیش‌تر با راه‌حل نهایی منطبق باشند، شانس

¹⁵ Andreasen

¹⁶ Andresen

¹⁷ Dinger

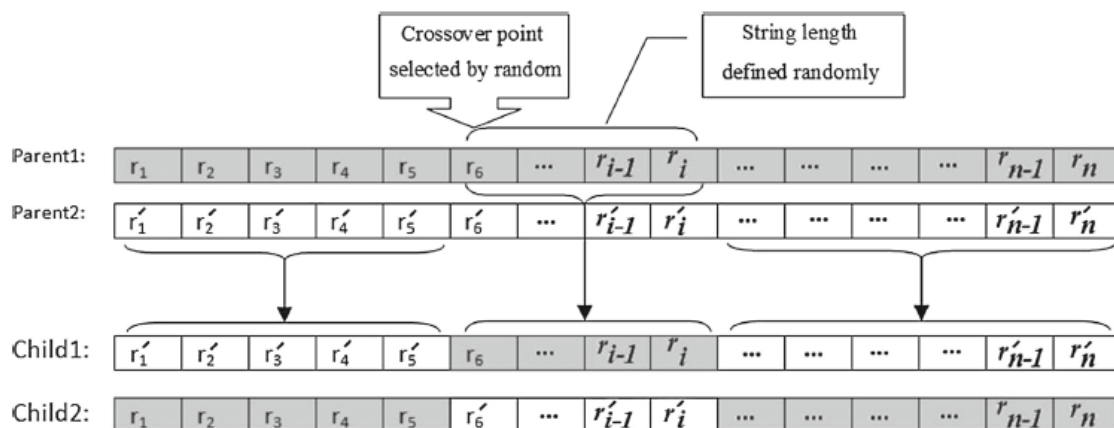
¹⁸ Funk

¹⁹ Biologic

²⁰ Population-based

زنده ماندن بیش‌تری دارند. الگوریتم ژنتیک شامل تعدادی متغیرهای زاد و ولد^{۲۱} است که در آن اشخاص می‌توانند اشخاص جدیدی را که متفاوت از آن‌ها تولید کنند. یک جهش^{۲۲} و جفت‌گیری^{۲۳} دو عامل زاد و ولد معمول در این الگوریتم می‌باشند. این عوامل به حل محدوده‌ی وسیعی از مسائل بهینه‌سازی عددی جهانی موثر واقع شده‌اند[۴۳]. مزیت GA نیازمند در نظر گرفتن چشم‌انداز فضای جستجو و نیز شکل یک تابع هدف نیست[۴۳]. بنابراین الگوریتم ژنتیک یک ابزار عمومی برای تعدادی از مسائل بهینه‌سازی است.

برای استفاده از الگوریتم ژنتیک به منظور بهترین چیدمان دایره‌ها، در ابتدا یک جمعیت از راه‌حل‌ها (N_{pop}) تولید شده است. هر راه‌حل مطابق شکل (۲) با استفاده یک کوروموزوم با رشته‌ای به طول n شامل شعاع دایره‌ها نشان داده شده است. سپس دایره‌های به صورت زنجیره‌ای در اطراف مرکز مارپیچ قرار گرفته‌اند به طوری که درجه‌ی تراکم بر اساس بخش ۲ محاسبه می‌شود. پس از آن، موارد درجه‌ی تراکم بالا از طریق فرایند رتبه‌بندی خطی با استفاده از روش نمونه‌سازی عمومی آماری^{۲۴} به منظور تولید چیدمان جدید برای نسل بعد به عنوان والدین انتخاب می‌شوند. این تولید دوباره به وسیله‌ی عملیات جفت‌گیری^{۲۵} و یک عملیات جهش انجام می‌گیرد. یک عملگر جفت‌گیری مرسوم بخشی از رشته‌های محدود بین والدین را با احتمال p_c مطابق با شکل (۱۰) مبادله می‌کند. r_1, \dots, r_n و r'_1, \dots, r'_n به ترتیب شعاع‌های دوایر والد اول و دوم هستند. نقطه‌ی جفت‌گیری و طول رشته‌ی مبادله شده به صورت اتفاقی انتخاب می‌گردد. علاوه بر این و به منظور دستیابی به راه‌حل بهینه، دایره‌های محصور باید در فرایند بهینه‌سازی در نظر گرفته شوند. بنابراین، یک عملگر جفت‌گیری جدید در این مطالعه مورد استفاده قرار می‌گیرد و نقطه‌ی آغاز و طول رشته‌ی دایره‌های محصور شده در کوروموزوم اولین والد مشخص و مطابق شکل (۱۱) به صورت اتفاقی در میان کوروموزوم والد دوم توزیع شده است. تعداد این چنین حلقه‌هایی به صورت اتفاقی انتخاب می‌شود.



شکل ۱۰ فرایند جفت‌گیری مرسوم استفاده شده در الگوریتم ژنتیک

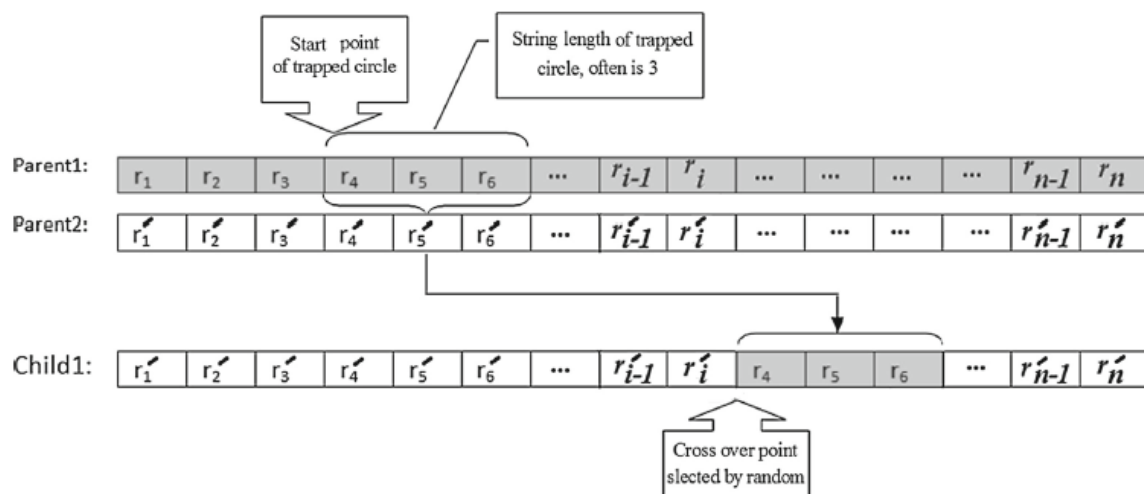
²¹ Generating variations

²² Mutation

²³ Recombination

²⁴ Stochastic Universal Sampling (SUS)

²⁵ Crossover



شکل ۱۱ عملگر جفت‌گیری جدید استفاده شده در الگوریتم ژنتیک

یک عملگر جهش به منظور تغییر جایگاه‌های m ذره از یک والد یا کوروموزوم با احتمال p_m به کار گرفته می‌شود. در این مطالعه انتقال حلقه^{۲۶}، جهش مرسوم، جهش مبادله‌ای^{۲۷} و یک عملگر جهش جدید به نام "حذف-اضافه" مطابق شکل (۱۲) به منظور تولید بچه استفاده شده‌اند.

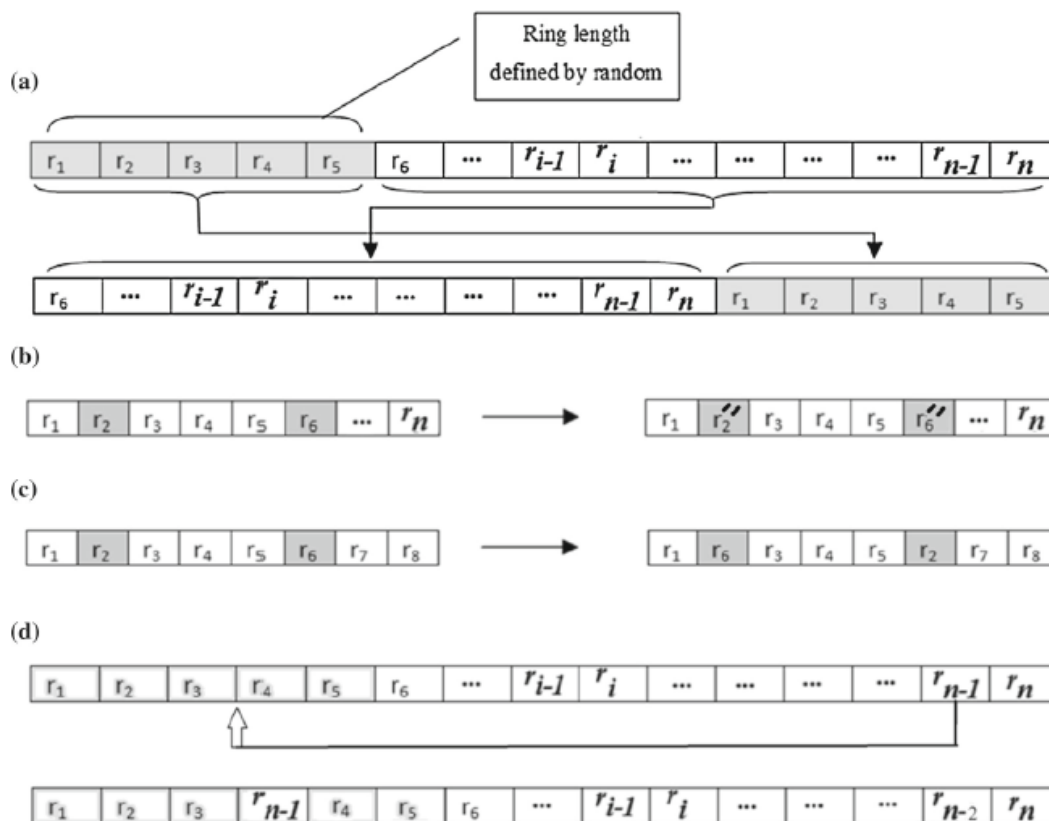
در انتقال حلقه، تنها ذرات اولیه‌ی محدود به بخش انتهایی از کوروموزوم یک والد منتقل می‌شوند. در جهش مرسوم و مبادله‌ای، m ژن با نسبت m/n برابر 0.4 به صورت اتفاقی برای تغییر شعاعشان انتخاب می‌شوند. در جهش مرسوم، یک شعاع اتفاقی r''_2 یا r''_6 در شکل (۱۲b) در ژن‌های انتخاب جایگزین می‌گردد. در جهش مبادله‌ای، شعاع ژن‌های انتخابی تغییر می‌نماید (شکل (۱۲c) را ببینید). از آنجایی که فرایند بهینه‌سازی منجر به چیده شدن دایره‌های کوچک در لایه‌های خارجی مارپیچ می‌گردد، عملگر جهش جدید مورد استفاده قرار می‌گیرد. در این عملگر m ژن با نسبت m/n برابر 0.4 به صورت اتفاقی در نیمه‌ی دوم از ژن‌های والد برای تولید بچه‌ی جدید استفاده می‌شود که همانطور که در شکل (۱۲d) نشان داده شده است، منجر به محصورشدگی دایره‌های کوچک می‌گردد.

پس از آن بچه‌های جدید چیده و ارزیابی می‌شوند؛ به این صورت که با استفاده از تابع سازگاری^{۲۸} یا درجه‌ی تراکم به شیوه‌ای که تمام بچه‌ها در جایگاه‌های والد به منظور سازگاری آن‌ها برای تولید جمعیت بعدی از راه‌حل‌ها جایگزین شوند. بنابر توصیه‌های ایبن و اسمیت در فرایند تکامل، احتمال جفت‌گیری p_c کاهش و احتمال جهش p_m افزایش داده می‌شود [۴۴]. این عملیات برای تعداد مشخصی از نسل‌ها به کار گرفته می‌شود و در پایان فرایند، بهترین چیدمان مشخص می‌گردد. کیفیت راه‌حل با هزینه‌ی محاسباتی معقول که مستقیماً متناسب با تعداد نسل‌هاست، معمولاً یک مصالحه است. متغیر تابع هدف به تعداد نسل‌های جدید وابسته است.

²⁶ Ring shift

²⁷ Swap mutation

²⁸ Fitness function



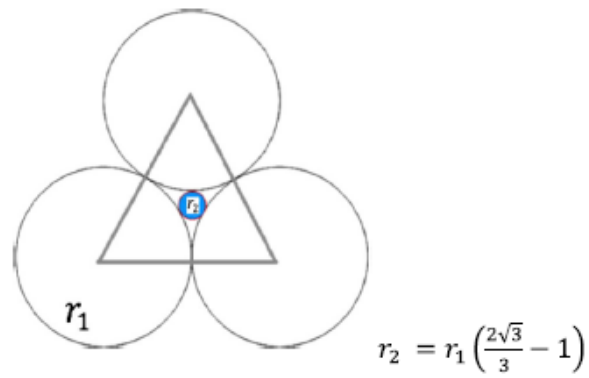
شکل ۱۲ چهار نوع جهش استفاده شده در کاربرد الگوریتم ژنتیک **a** انتقال حلقه **b** جهش مرسوم **c** جهش مبادله‌ای **d** جهش حذف-افزافه

۶ صحت‌سنجی فرایند بهینه‌سازی

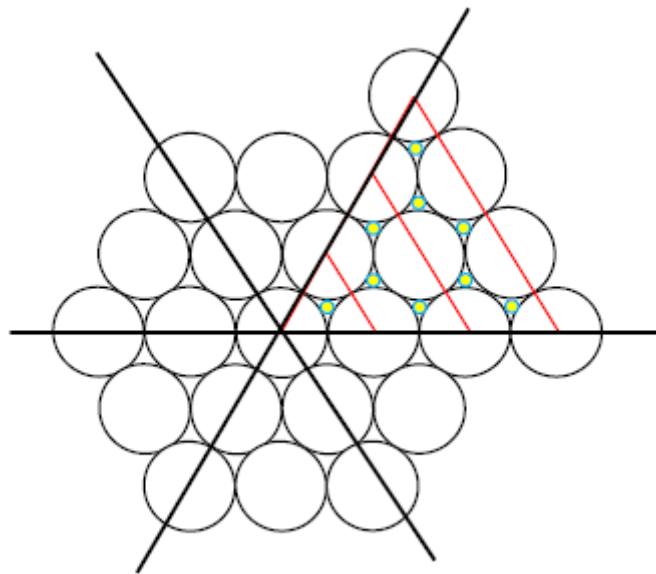
به منظور دستیابی به کیفیت الگوریتم ژنتیک، از آن به منظور حل مسئله‌ی بهینه‌سازی با راه‌حل مشخص استفاده شده است. دو ترکیب دایره با یک شعاع و مختصات مشخص مطابق شکل (۱۳) در نظر گرفته شده است. می‌توان درجه‌ی تراکم مربوط برابر با 0.9503 محاسبه کرد. برای محاسبه‌ی تعداد دایره‌ها در چنین چیدمانی، چیدمان‌های چندلایه‌ای از دایره‌ها مطابق شکل (۱۴) در نظر گرفته شده‌اند. جدول (۱) تعداد دایره‌ها با شعاع r_1 و r_2 (n_1 و n_2) برای هر لایه را مشخص می‌کند. می‌توان مطابق زیر برای هر لایه‌ی نامتناهی، نسبت n_2/n_1 را برابر ۲ به دست آورد.

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{6(2(k-1)-1)}{6(k-1)} = 2.0 \quad (5)$$

که در آن k ، لایه‌ی مطلوب است. این بدان معناست که برای هر دایره‌ی بزرگ، دو دایره‌ی کوچک به منظور پر کردن حفرات نیاز است. شعاع r_1 و r_2 مطابق شکل (۱۳) به ترتیب ۱ و $154/7$ واحد در نظر گرفته شده‌اند. نتایج به کارگیری الگوریتم ژنتیک روی ترکیب ۱۵۰ دایره شامل ۲ شعاع مشخص در شکل (۱۵) نشان داده شده است که در آن حداکثر و میانگین درجه‌ی تراکم به ترتیب به حداکثر و میانه‌ی سازگاری جمعیت راه‌حل‌ها یا (N_{opp}) اشاره می‌کنند. بدیهی است که درجه‌ی تراکم ترکیبات دو دایره به وسیله‌ی شعاع‌های مختلف بیش‌تر از درجه‌ی تراکم نمونه‌های شامل شعاع یکسان که برابر 0.9069 است؛ می‌باشد.



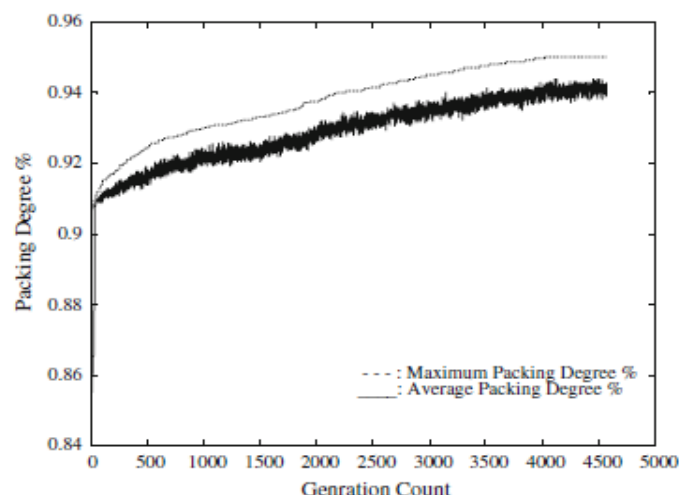
شکل ۱۳ چیدمان چگال از دو دایره‌ی مشخص



شکل ۱۴ طبقه‌بندی لایه‌های مختلف برای مسئله‌ی مشخص

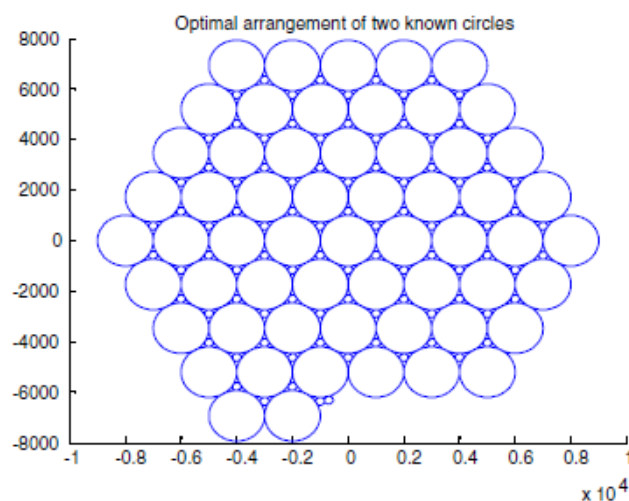
جدول ۱ تعداد دایره‌ها در لایه‌های مختلف

شماره لایه	تعداد دایره‌های بزرگ، n_1	تعداد دایره‌های کوچک، n_2
لایه‌ی اول (L_1)	۱	۰
لایه‌ی دوم (L_2)	6×1	6×1
لایه‌ی سوم (L_3)	6×2	6×3
لایه‌ی چهارم (L_4)	6×3	6×5
لایه‌ی k ام (L_k), $k > 1.0$	$6(k-1)$	$6(2(k-1)-1)$



شکل ۱۵ تغییرات درجه‌ی تراکم در مقابل تعداد نسل‌ها در مسئله‌ی مشخص

الگوریتم ژنتیک مختصات دایره‌ها را با خطایی کم‌تر از ۳ درصد پس از ۳۰۰ نسل و بدون خطا پس از ۴۰۰۰ نسل یافته است. مجموع زمان کارکرد نرم‌افزار ۹۳ دقیقه با پردازنده‌ی Intel Core i7 950 و رم ۶ گیگابایتی با استفاده از متلب ۳۰ می‌باشد. در پایان به کارگیری این الگوریتم، چیدمان دایره‌ها برای ۱۵۰ دایره در شکل (۱۶) نشان داده شده است. واضح است که الگوریتم راه‌حل دقیق برای چیدمان دایره‌ها را یافته است. نتیجه‌ی الگوریتم شبیه‌سازی نشان می‌دهد که چگال‌ترین درجه‌ی تراکم ترکیبات دایره می‌تواند به دست آید. علاوه بر این، این الگوریتم متعاقباً می‌تواند درجه‌ی تراکم را برای توزیع‌های ذرات با اندازه‌ی معین محاسبه کند.



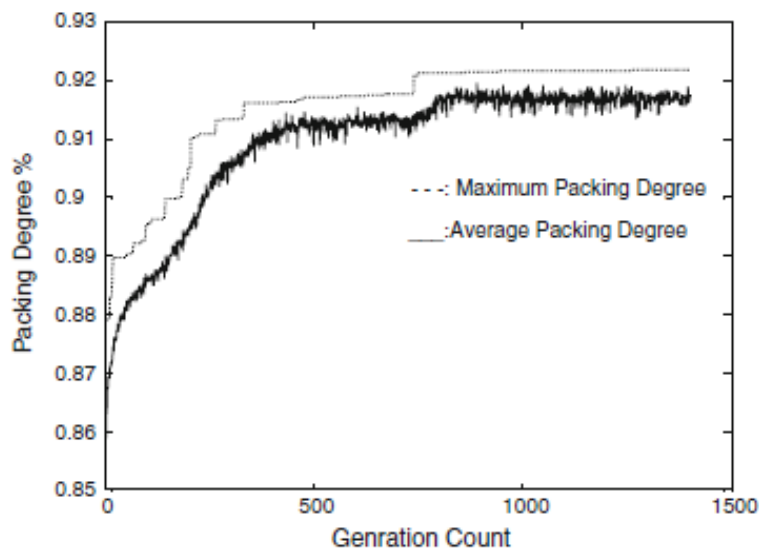
شکل ۱۶ چیدمان بهینه از دو دایره‌ی معین

²⁹ RAM

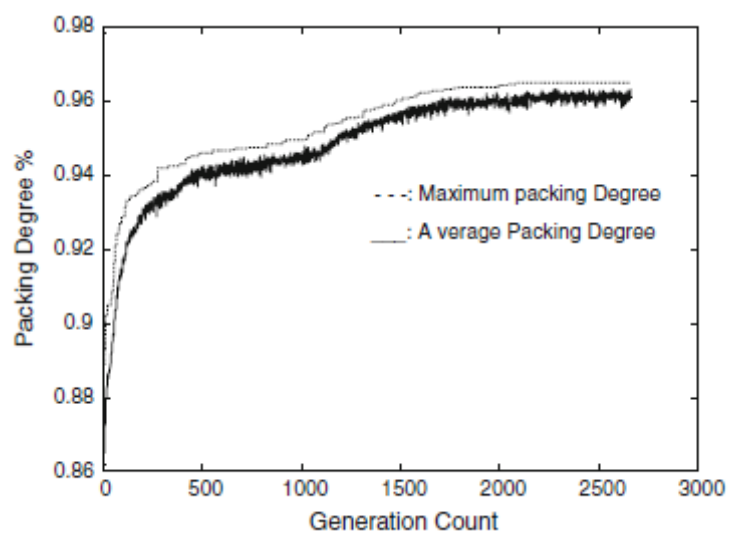
³⁰ Matlab

۷ بهینه‌ی درجه‌ی تراکم ترکیبات دایره‌ی دلخواه

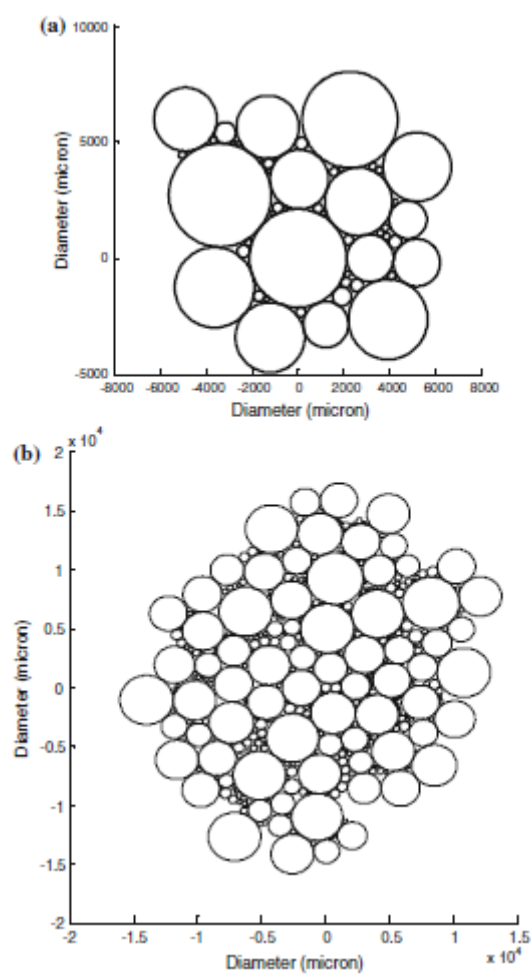
به منظور دستیابی به بهینه‌ی درجه‌ی تراکم نسبت‌های دایره‌ی دلخواه، الگوریتم ژنتیک بر روی مجموعه‌ی داده یا نوع کوروموزوم نمونه‌ها اعمال شده است. در این مطالعه به ترتیب ۳۲۰ و ۱۴۷۰ دایره یا ژن برای بهینه‌سازی نسبت‌های شن و ماسه در نظر گرفته شده‌اند. شعاع اتفاقی در محدوده‌ی مرتبط برای هر ژن انتخاب شده است. برای افزایش سرعت همگرایی، ابتدا تقسیم‌بندی نمونه‌ها به وسیله‌ی الگوریتم ژنتیک بهینه شده است. سپس تقسیم‌بندی‌های بهینه به منظور ایجاد نمونه‌ی اصلی به هم متصل شده‌اند. نمونه‌های اصلی در گام دوم توسط GA بهینه شده‌اند. علاوه بر این، درجه‌ی تراکم نمونه‌های اصلی نمی‌تواند از درجه‌ی تراکم تقسیم‌بندی‌ها فراتر رود. نتایج کاربرد الگوریتم ژنتیک برای شن و ماسه به ترتیب در شکل‌های (۱۷) و (۱۸) نشان داده شده‌اند. شکل‌های (۱۷) و (۱۸) نشان می‌دهند که درجه‌ی تراکم چیدمان‌های شن و ماسه‌ی موردنظر پس از ۴۵۰۰ و ۲۰۰۰ نسل به بیش از ۹۲ و ۹۶ درصد رسیده است. درجه‌ی تراکم ذرات ماسه با توجه به محدوده‌ی ابعادش بیش از شن می‌باشد. نسبت $\frac{D_{max}}{D_{min}}$ برای ذرات شن و ماسه به ترتیب ۵/۵۶ و ۶۰ محاسبه شده است. این بدان معنی است که ذرات کوچک‌تر بیش‌تری در تقسیم‌بندی ذرات ماسه به منظور پر کردن حفرات وجود دارد. چگال‌ترین چیدمان دایره‌ها برای تقسیم‌بندی‌های ماسه در شکل (۱۹) نشان داده شده است. در نهایت منحنی دانه‌بندی ایده‌آل بر اساس چیدمان بهینه‌ی دایره‌ها در شکل (۲۰) مشاهده می‌شود. در این شکل، D ، قطر مرتبط و D_{max} بزرگ‌ترین قطر سنگدانه‌ها می‌باشند. بزرگ‌ترین اندازه‌ی سنگدانه برای بتن ساده می‌تواند برابر با ۲/۵ سانتی‌متر در نظر گرفته شود.



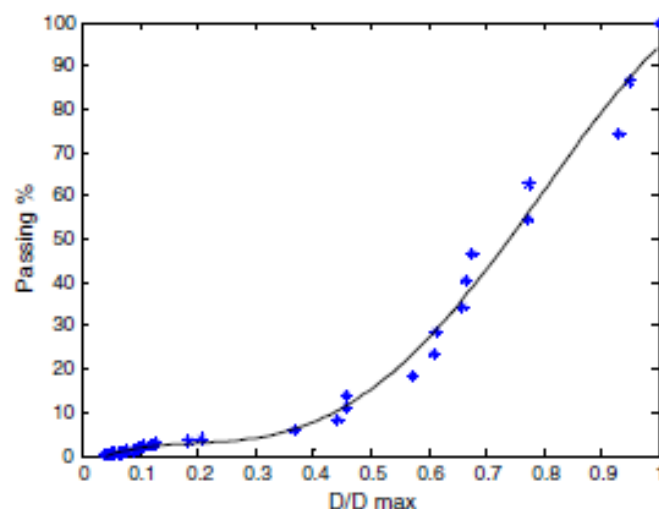
شکل ۱۷ تغییرات درجه‌ی تراکم در مقابل تعداد نسل‌ها برای دایره‌های اتفاقی شن



شکل ۱۸ تغییرات درجه‌ی تراکم در مقابل تعداد نسل‌ها برای دایره‌های اتفاقی ماسه



شکل ۱۹ چیدمان ماسه پس از به کارگیری الگوریتم ژنتیک **a** ۵۰ چیدمان ۵۰ دایره **b** چیدمان ۳۷۵ دایره



شکل ۲۰ منحنی دانه‌بندی ایده‌آل بر اساس اطلاعات ماسه

۸ نتیجه‌گیری

یک الگوریتم تراکم زنجیره‌ای به منظور متراکم کردن چیدمان دایره‌های دلخواه ارائه شده است. به منظور دستیابی به چگال‌ترین تراکم دایره‌ها، تخلخل دایره‌های چیده شده با استفاده از الگوریتم ژنتیک بهینه شده‌اند. این مدل دقیقاً یک مسئله‌ی معلوم را حل کرده است. بر اساس نتایج به دست آمده، مشاهدات و نتایج زیر به دست آمده‌اند:

۱. به کارگیری ضریب الگوریتم ژنتیک برای الگوریتم تراکم زنجیره‌ای پیشنهاد شده به طور چشمگیری بهینه‌سازی درجه‌ی تراکم را ارتقا بخشید. این الگوریتم توسعه یافته می‌تواند برای متصور ساختن و مدل کردن چیدمان‌های دایره‌های دلخواه استفاده شود.

۲. مدل توسعه یافته می‌تواند به معنای واقعی درجه‌ی تراکم هر توزیع اندازه‌ی ذرات سنگدانه‌ها را ارائه و محاسبه کند.

۳. به دلیل این که تمام دایره‌ها بر هم مماس هستند؛ فرایند چیدمان دایره‌ها منجر به افزایش چگالی تراکم می‌گردد.

۴. بیشینه‌ی درجه‌ی تراکم چیدمان‌های دایره‌ی دلخواه برای ماسه با قطرهای ۷۵۰ میکرون تا ۴/۵ میلی‌متر و شن با قطرهای ۴/۵ تا ۲۵ میلی‌متر به ترتیب بیش از ۰/۹۶ و ۰/۹۲ به دست آمد.

۵. منحنی دانه‌بندی ایده‌آل بر اساس اطلاعات ماسه ارائه شد.