**مقدمه**

مفهوم مشتق فازی نخستین بار توسط Chang و لطفی زاده مطرح شد. پس از آن Dubois و Prade به کمک اصل بسط این مفهوم را تعمیم دادند. سایر مفاهیم مرتبط با مشتق فازی توسط Puri و Ralescu بررسی شد. Kaleva، Flores و Medar مسائل مقادیر اولیه‌ی فازی(FIVP)[[1]](#footnote-1) را مطالعه کردند. تعاریف متعددی برای مشتق‌پذیری توابع فازی ارائه شد. که در بین آن‌ها مشتق Hukuhara ( دیفرانسیل-H) در مقایسه با سایر روش‌ها بیشتر مورد توجه قرار گرفته‌است. پژوهش‌های بسیاری به منظور بررسی دقیق مشتق Hukuhara و مشتق تعمیم یافته‌ی مربوط به FDES است. همچنین، لطفی‌زاده مفاهیم کلی درباره‌‌ی مجموعه‌های فازی (T2FSs) به منظور شبیه‌سازی عدم دقت و عدم قطعیت در سال ۱۹۵۷ ارائه کرد. T2FS یک مجموعه فازی از مجموعه‌های فازی نوع ۱ (TIFF's) است. بنابراین T2FS علاوه بر داده‌های عدم قطعیت، شامل توابع عضویت نیز هستند. توصیف افراد از درصد رطوبت شهرشان در روز مشخص را می‌توانیم مثال بزنیم. فرض کنید تمامی افراد، “ تقریبا ۶۵ درصد” را بیان کنند. حال اگر از افراد بخواهیم “ توابع عضویت تقریبا ۶۵ درصد” را بگویند، حتی اگر تمامی توابع عضویت از یک نوع باشند، مثلا همه مثلثی باشند با زهم احتمالا توابع متفاوتی نشان می‌دهند. بدین ترتیب، T2FS ها در جایی می‌توانند کارساز باشند که، قادر به تعیین دقیق شکل توابع عضویت نیستیم یا درجه‌ی عضویت تابع مبهم است. تفاوت TIFS ها و T2FS ها نیز در همین است. در حالی که TIFS اجتماع تجربیات افراد مختلف (متخصصان) است و به صورت تابع عضویت فازی نوع 1 نمایش داده می‌شود، T2FS تجربیات افراد مختلف را تلفیق می‌کند. توابع عضویت همچون مسئله‌ی مربوط به رطوبت یک شهر است و به راحتی نمی‌توان تعیین شوند. T2FS ها گزینه‌ی خوبی برای حل مسائل با درصد عدم قطعیت بالا در مسائل واقعی پیچیده‌تر به لحاظ محاسباتی هستند. همچنین پارامترها و متغیرهای حالت مربوط به سیستم‌های دینامیکی مختلف، همچون سیستم محیط زیست یا سیستم زیستی عدم دقت بالایی دارند، بنابراین می‌توان در مدل‌سازی روابط از متغیرهای فازی نوع دو و به کمک معادلات دیفرانسیلی فازی نوع دو استفاده شود. شمول دیفرانسیل (DI)، دسته‌ی مهمی از معادلات دیفرانسیل تعمیم یافته هستند. پاسخ چنین معادلاتی یک جواب منحصر به فرد نیست بلکه یک دسته جواب وجود دارد. چنین مفاهیمی در حال حاضر در حد نظریه‌ی کنترل است و هنوز به مراحل شبیه‌سازی و مدل‌سازی نرسیده است. کاربرد اصلی آن‌ها می‌تواند در عدم قطعیت سیستم‌های دینامیکی باشد. نظریه‌ی DI توسط Blasi و Myjak ارائه شد و سپس توسط Raczynski ، Diamond، Abbasbandy وهمکاران، توسعه یافت. Khastanet و López، در حل معادلات دیفرانسیل فازی از شمول دیفرانسیل فازی بهره گرفتند.

مشتق‌پذیری توابع فازی نوع دو نخست توسط Mazandarni به کمک دو مفهوم اعداد فازی نوع دو (T2FNs] و اعداد شبه فازی نوع دو IQT2FNs] تعریف شد. این تعریف بر مبنای مشتق‌پذیری Hukuhara ( مشتق H2) بنا شد. در اینجا مقایر تفاوت اندازه‌گیری شده بین T2FS به عنوان متشق Hukuhara نوع دو شناخته می‌شد. و T2FN کامل با نماد $\tilde{α}$ بیان شد، نشان می‌دهد دیفرانسیل H2 به H کاهش می‌یابد و مسائل معادله دیفرانسیلی فازی نوع دو بازنمایی می‌شود. درسال های اخیر، پیشرفت‌های قابل توجهی در در حل تئوری و عددی معادلات دیفرانسیل فازی ارائه شده است. در این زمینه مقالات متعددی به چاپ رسیده است. مقاله ( رفرنس ۲۳) معادلات دیفرانسیل مرتبه اول خطی را تحلیل و حل کرده است. در مقاله ۱۲ رفرنس، معادلات ماتریسی خطی به کمک ماتریس‌های فازی حل شده‌است. سلحشور و همکارانش به کمک نبدیلات لاپلاس معادلات دیفرانسیل فازی را حل کردند. اخیرأ از این معادلات فازی در مدل‌سازی سیستم تنظیم گلوکز-انسولین در محیط با عدم قطعیت استفاده شده است

برای توصیف رفتار برخی سیستم‌ها ممکن است از عددسازی یا تحلیل توسط سیستم‌های دینامیکی استفاده شود که پارامتر و مقادیر در آن دارای عدم دقت است و مقدار مشخصی ندارد. برای مثال می‌توان سیستم لورنتس را در نظر گرفت که دینامیک اتمسفر را بررسی می‌کند. در مدل ریاضی انتقال لورنتس، ، سه متغیر حالت (x، y، z) تعریف می‌شوند. این متغیرهای فضایی نیستند و بیشتر انتزاعی فرض می‌شوند. این متغیرها در واقع میزان سرعت چرخش سیال در مسیر را تعیین می‌کنند. مقادیر مثبت نشان دهنده‌ی حرکت در جهت عقربه‌های ساعت و مقادیر منفی نشان دهنده‌ی حرکت در خلاف جهت عقربه ساعت است. متغیر X تغییرات دما بین سیال بالا و پایین و Z میزان انحراف از جهت قائم ( عمودی) دما است. این مدل همچنین از پارامترهای سه بعدی، یعنی عدد پرنتل[[2]](#footnote-2) و عددموج افقی برای بیان میزان همرفتی و عدد ریلی [[3]](#footnote-3)استفاده می‌کند. این عدد متناسب با اختلاف دمای بین ناحیه‌ی همرفت گرم تا قسمت نسبتأ سرد آن است. از آنجا که دما، سرعت باد و سایر پارامترهای یک منطقه خاص به طور ذاتی دارای عدم قطعیت است، مقادیر متغییرهای حالت در یک منطقه معین و زمان معین ( شرایط اولیه) نمی‌توانند ثابت باشند. بنابراین در سیستم لورنتس و نیز سایر سیستم های مشابه، مقادیر اولیه و پارامترها دارای عدم قطعیت و عدم دقت هستند.. چنین عدم دقت‌هایی را می‌توان به کمک مجموعه‌های فازی بهتر مدل‌سازی کرد. در عمل به منظور بررسی چنین سیستم‌های فازی، منطق فازی می‌تواند مدل‌های بهتری را ارائه دهد. چگونگی تعیین توابع عضویت مجوعه‌ی فازی نیز مدت‌ها مورد بحث قرار گرفت. این توابع عضویت در مجموعه فازی را گاهی نمی‌توان به طور دقیق تعریف کرد و چرا که ممکن است در زمان های مختلف، اشکال دیگری ایجاد شود. بنابراین همچون مثال رطوبت در یک شهر، در اینجا نیز مجموعه فازی در اصل یک T2FS است.

بدین ترتیب برای مدل سازی سیستم های دینامیکی می‌توان از T2DE و سیستم‌های دینامیکی نوع دو استفاده کرد. همانطور که پیش‌تر بیان شد پارامتر و/یا شرایط اولیه در این مجموعه و درجه عضویت آن دارای عدم دقت هستند. توابع عضویت T2FS انواع مختلفی دارد. در این مقاله برای سادگی توابع عضویت مثلثی را برای توابع T2FS در نظر می گیریم. اگرچه روش حل T2FDE را می‌توان برای سایر توابع عضویت نیز بسط داد. روند مقاله به شرح ذیل است: در بخش ۲ مجموعه های فازی نوع 2 (T2FS)، مشتق فازی نوع 2، معادله دیفرانسیل فازی نوع 2 (T2FDE) و مسئله مقدار اولیه فازی نوع 2 (T2IVP) را به طور مختصر بیان خواهد شد. همچنین شمول دیفرانسیل فازی نوع 2 (T2DI) را تعریف خواهیم کرد. در بخش 3تعمیم یک روش عددی برای حل T2FDE را شرح خواهیم داد. در بخش4، چند نمونه از مدل‌های زیست‌ و محیطی و شبیه‌سازی عددی مربوط را ارائه کرده و حل می‌کنیم. در بخش 5، نتایج این مثال ها مورد بحث قرار می گیرد. در نهایت، نتیجه گیری و آینده پیش رو این دست تحقیقات آورده شده است. به فهم بهتر مقاله، برخی از تعاریف اساسی و نتایج مورد نیاز مجموعه های فازی نوع 1 (TIFS) در پیوست آورده شده است.

**مفاهیم پایه**

در این بخش، تاریخچه‌ی T2FS، T2FDE، TAIVP، T2DI ارائه شده است. در تمام متن مقاله، مجموعه تمام اعداد حقیقی با R، مجموعه تمام اعداد طبیعی با N، مجموعه تمام اعداد فازی نوع 1 (T1FNs) در R با E1 ، مجموعه‌ی اعداد فازی نوع 2 کامل (T2FNs) در R با E2 نشان می‌دهیم. نظریه اساسی مجموعه های فازی نوع 1، عملیات جبری پایه، مشتقات آن و معادله دیفرانسیل فازی نوع 1 در "پیوست 1" مورد بحث قرار گرفته است.

1. The fuzzy initial value problem [↑](#footnote-ref-1)
2. Prandtl number [↑](#footnote-ref-2)
3. Rayleigh number. [↑](#footnote-ref-3)