وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
مؤسسه آموزش عالی غیردولتی-غیرانتفاعی سجاد

موضوع:

مسأله رقابتی قیمت گذاری و مکان یابی هاب

استاد:

جناب دکتر بانکیان

نام دانشجو:

مهدی ایزدی فریمان

پاییز ۹۸

مقدمه

یکی از موضوعات جدید در حوزه مسائل مکان‌یابی، مسأله مکان‌یابی هاب[۱] است. هاب (محور) یک واژه عمومی است که به یک مکان یا یک نقطه اشاره دارد؛ محلی که کالا یا اطلاعات فراهم شده از چندین منبع در آنجا جمع شده و سپس به سوی دیگر هاب‌های شبکه یا مقصد نهایی انتقال داده می‌شود. مسائل مکان‌یابی هاب به تعیین محل هاب‌ها و تخصیص گره‌های شبکه به این هاب‌ها می‌پردازد به نحویکه مجموع هزینه‌های مستقر ساختن هاب‌ها و هزینه‌های حمل و نقل کمینه شود (عیدی و میرآخورلی، ۱۳۹۱).

در مبحث مکان‌یابی هاب، خدمتی که انجام می‌گیرد شامل حرکت افراد، کالاها یا اطلاعات، بین یک مکان مبدأ و یک مکان مقصد است. استفاده از این تسهیلات در نهایت باعث سازماندهی بهینه حرکت‌ها و جلوگیری از ترددهای اضافی می‌گردد که این امر فوایدی همچون کاهش مصرف سوخت، کاهش آلودگی هوا، کاهش استهلاک و افزایش عمر شبکه راه‌ها و غیره را در پی خواهد داشت (صادقپورحاجی، توکلی مقدم و بشیری، ۱۳۹۰).

طراحی شبکه در بسیاری از وسایل حمل و نقل و ارتباطات موضوع مهمی است، زیرا تأثیر زیادی بر روی کارایی و هزینه اقتصادی نهایی سرویس دارد. در مواردی ارتباط مستقیم میان گره‌های غیر محور بسیار گران است و بهتر است کالاها از گره‌های دیگری که محور نامیده می‌شوند، حرکت کنند. پس به جای استفاده از اتصالات مستقیم مبدأ به مقصد، اتصالات غیر مستقیم (اتصال به محور) به کار گرفته می‌شود. به این ترتیب می‌توان از صرفه جویی به مقیاس استفاده نمود (ساساکی، سوزوکی و دریزنر ، ۱۹۹۹)[۲]. در عمل، صرفه جویی به مقیاس به این معنا است که در به طور مثال در شبکه‌های هوایی می‌توان از هواپیماهای بزرگتر و کاراتر در خطوط وصل کننده محورها استفاده کرد و در مورد شبکه‌های ارتباطی نیز، استفاده از فیبرهای نوری با ظرفیت بالاتر برای ارتباط برقرار کردن میان جفت محورها مد نظر قرار می‌گیرد (زنجیرانی‌فراهانی و حکمت‌فر، ۲۰۰۹).

کاربرد مسائل مکان‌یابی هاب

کاربرد این مسائل در واقعیت، در سه زمینه کلی زیر است (آلومور و کارا، ۲۰۰۸)[۳]:

۱. تغییر جهت و مسیر[۴]

مانند: سیستم‌های کامپیوتری، توزیع نیرو، شبکه‌های تلفنی و تله کنفرانس‌های ویدئویی

۲. حمل و نقل[۵]

---

[۱] Hub Location Problem

[۲] Sasaki, Suzuki, Drezner

[۳] Alumar & Kara

[۴] Switching

[۵] Transshipment

مانند: مسافربری‌های هواپیمایی، کشتی‌های باری و حمل و نقل ویژه و سریع

۳. مراکز مرتب کردن[۶]

مانند: مراکز پستی

کاربردها در دنیای واقعی

ادلر و هاشای[۷] در سال ۲۰۰۵، خطوط هوایی و حمل و نقل بر اساس خط‌مشی آسمان باز را در خاورمیانه مورد بررسی قرار داده‌اند. جالب است که در نتیجه این تحقیق به ترتیب قاهره، تهران، استانبول و ریاض به عنوان مکان‌های بهینه فرودگاه‌های محور (هاب) به دست آمده‌اند و نامی از دبی در آن دیده نمی‌شود. در حالی که هم اکنون دبی به عنوان یکی از محورهای بزرگ منطقه مورد توجه است .این بیانگر آن است که در عمل، مسائل سیاسی و اقتصادی بر بهتر بودن موقعیت مکانی غلبه کرده است (زنجیرانی‌فراهانی و حکمت‌فر، ۲۰۰۹).

اورسا[۸] و همکاران در سال ۲۰۰۵، یک مدل برنامه‌ریزی مختلط برای انتخاب یک بندر محور در ساحل شرقی آمریکای جنوبی از میان یک مجموعه ای از ۱۱ بندر که به تقاضای منطقه‌ای برای حمل و نقل سرویس می دهند، ایجاد کردند. در این مطالعه بنادر برزیل، آرژانتین و اوروگوئه به علاوه بنادر مبدأ-مقصد مختلف در جهان مورد بررسی قرار گرفتند. مدل شامل ۳۱۱۳ متغیر تصمیم و ۱۲۲۵ محدودیت شد .پس از حل مدل، بندر سانتوز در برزیل به عنوان بندر محور تعیین شد (زنجیرانی‌فراهانی و حکمت‌فر، ۲۰۰۹).

ای‌سلت[۹] در سال ۲۰۰۷ استفاده از مدل مکان‌یابی به منظور محل‌های دفن زباله را نشان داد. محل های دفن زباله و مسأله مکان‌یابی ایستگاه انتقال مشابه مساله مکان‌یابی هاب فرموله شد. مشکل شامل یک پارامتر است که عامل تنزیل از حمل و نقل بین ایستگاه‌های انتقال و محل‌های دفن زباله با هزینه‌های واحد حمل و نقل بین مشتریان و ایستگاه‌های انتقال اندازه‌گیری را مقایسه می کند. استان نیوبرانزویک برای مقایسه مکان‌یابی تسهیلات بهینه‌سازی با مکان‌یابی تسهیلات که توسط برنامه‌ریزان انتخاب شده بودند استفاده شد. به منظور ایجاد چنین مقایسه‌هایی، شهرهای بزرگ و روستاها بر اساس داده‌های آماری موجود از آخرین سرشماری انتخاب شدند. نتیجه این محاسبات این بود که، راه‌حل بهینه‌سازی شده بین ۱۰ تا ۴۰ درصد هزینه کمتری نسبت به راه‌حل‌های مشاهده شده داشت. با این حال، مکان‌های بهینه‌سازی شده از محل‌های دفن زباله کاملا نزدیک به آن‌هایی که مستقر هستند می‌باشند. تنها استثنا موردی بود که طراحان از طرحشان به دلیل مخالفت عمومی منحرف شده بودند (زنجیرانی‌فراهانی و حکمت‌فر، ۲۰۰۹).

علاوه بر کاربردهای ذکر شده می‌توان کاربردهای زیر را نیز برای مکان‌یابی هاب در نظر گرفت:

- شرکت‌های تحویل سریع کالا و خدمات پستی

[۶] Sorting point

[۷] Adler and Hashai

[۸] Aversa

[۹] Eiselt

- شبکه‌های تحویل پیام و سیستم‌های مخابراتی
- خدمات اضطراری (اورژانسی)
- فروشگاه‌های زنجیره‌ای در زنجیره تأمین
- شرکت‌های تولیدی در زمینه حمل و نقل صحیح

شناخت کلی مسأله مکان‌یابی هاب و مسائل قیمت گذاری

داده‌ها در این مسأله عبارتند از (آخوندزاده، فتحعلیها و احمدوند، ۱۳۸۸):

۱) گراف کاملی با V گره و E کمان $G=(V,E)$
۲) وزن یا تناوب انتقال میان گره‌های i و j که با h_{ij} یا W_{ij} نمایش داده می‌شود. (تقاضاها)
۳) فواصل میان گره‌های i و j که با d_{ij} نمایش داده می‌شود.
۴) هزینه انتقال کالا یا مسافر یا اطلاعات بر روی کمان‌ها
۵) فاکتورهای تخفیف

هر مسیر مبدأ-مقصد از سه قسمت تشکیل می‌شود:

- مسیری از مبدأ به اولین محور
- مسیری از اولین محور به آخرین محور
- مسیری از آخرین محور به مقصد

البته مسیر دوم در صورتی‌که هر دو گره مبدأ و مقصد به یک محور متصل باشند، مقدار جریان صفر خواهد داشت.

بنابراین شبکه از دو سطح تشکیل می‌شود:

- سطح دسترسی[۱۰]: شامل کمان‌های ارتباط دهنده مبدأ و مقصدهای غیر محور به محورها.
- سطح محور[۱۱]: شامل کمان‌های اتصال دهنده محورها به یکدیگر.

کمان‌ها با توجه به اینکه چه جفتی از گره‌ها را به هم متصل کنند، دارای تخفیفات متفاوتی خواهند بود. در صورتیکه از فاکتورهای تخفیف سه گانه استفاده شود، آنها را به صورت زیر در نظر می‌گیرند (آخوندزاده، فتحعلیها و احمدوند، ۱۳۸۸):

χ: فاکتور تخفیف برای کمان‌های مبدأ به محور

α: فاکتور تخفیف برای کمان‌های محور به محور

[۱۰] Access Level

[۱۱] Hub Level

δ: فاکتور تخفیف برای کمان‌های محور به مقصد

$$(\alpha < \chi\,, \alpha < \delta)$$

معمولا تعداد محورها، P تا در نظر گرفته می‌شود. در عمده مسائل فقط فاکتور α در نظر گرفته می‌شود.

آنچه که در مسائل مکان‌یابی محور به دنبال یافتن آن هستیم، انتخاب گره‌های محور از میان گره‌های موجود (در برخی موارد تعداد مناسب محورها) و تخصیص گره‌های باقیمانده به گره‌های محور است.

مکان‌یابی رقابتی با یافتن یک یا بیشتر تسهیلات سر و کار دارد به‌گونه‌ای که هزینه‌های عملیاتی و حمل و نقل را کمینه و یا سهم بازار یا قابلیت اطمینان را بیشینه کند. این مسائل به مدل پیشرو و پیرو نیز معروف هستند. فرض رایج در مسائل مکان‌یابی این است که تسهیلات پتانسیل کافی برای برآورده ساختن تمام تقاضا را دارا می‌باشند. مدل‌های مکان-یابی رقابتی، مسائل مکان‌یابی کلاسیک مانند p- میانه و حداکثر پوشش را به محیط‌های رقابتی که در آن‌ها شرکت‌ها برای به دست آوردن سود و سهم بازار با هم رقابت می‌کنند، توسعه می‌دهند. از مهم‌ترین عوامل رقابتی در این مدل‌ها می‌توان به کوتاهی زمان انتظار، وجود استراتژی‌های مختلف سرویس‌دهی، پایین بودن هزینه و نزدیکی مسافت اشاره نمود. وقتی مشتریان برای سرویس به مراکز خدماتی مراجعه می‌کنند، رقابت برای جذب و تسخیر هرچه بیشتر مشتری از طریق این عوامل صورت می‌گیرد. همه‌ی مدل‌های مکان‌یابی رقابتی سعی در بدست‌آوردن سهم مراکز از بازار را دارند و این امر را با مکان‌یابی درست انجام می‌دهند. بهترین نقطه برای مراکز، نقطه‌ای است که در آن به‌دست‌آوردن ماکزیمم سهم از بازار را به‌دنبال دارد. سه نوع مکان‌یابی کلی را می‌توان برای مدل‌های مکان‌یابی مراکز رقابتی در نظر گرفت (کونووا و کوچتو، ۲۰۰۹).

مدل‌های مکان‌یابی رقابتی پیوسته: که مکانهای بالقوه برای قرار گرفتن مراکز در هر جایی از صفحه می‌تواند باشد.

مدل‌های مکان‌یابی رقابتی گسسته: فقط تعدادی متناهی (معمولاً کم) کاندید برای مکان‌یابی مرکز وجود دارد.

مدل‌های مکان‌یابی رقابتی شبکه: در مدل‌های شبکه مکان مراکز می‌تواند روی هر جایی از یال‌های شبکه قرار گیرد.

تاکنون تحقیقات زیادی بر روی مسائل مکان‌یابی رقابتی انجام شده است. بر اساس این تحقیقات، تمرکز اصلی مدل‌های رقابتی به دو بخش تصمیمات تولید، قیمت کالاها و خدمات ارائه شده توسط تجهیزات، و تصمیمات حوزه مکان‌یابی مربوط به تجهیزات وارد شونده به بازار است. اکثر مدل‌های مکان‌یابی رقابتی در جهت تصمیمات بلندمدت سازمان بوده و سعی در پیداکردن مکان‌ها برای بیشینه‌کردن سود و سهم بازار می‌باشند. همچنین فضای (ناحیه) مکان‌یابی ممکن است به صورت صفحه، شبکه‌ای یا مجموعه گسسته باشد. ما ممکن است بخواهیم فقط یک یا بیشتر از یک تسهیل را مکان-یابی کنیم. رقابت ممکن است ایستا باشد، یعنی رقیبان قبلاً در بازار موجود بوده‌اند و صاحبان تسهیلات جدید مشخصات و ویژگی‌های تسهیلات قدیم خود را می‌دانند، یا رقابت با پیش‌بینی است، که در آن رقبا هنوز به بازار نیامده‌اند ولی بعد از ورود تسهیلات جدید سریع وارد بازار می‌شوند (آمین و ژانگ، ۲۰۱۳).

استراتژی‌های قیمت‌گذاری از جمله عوامل مؤثر بر قیمت‌گذاری می‌باشند. این استراتژی‌ها شامل قیمت‌گذاری یکنواخت، قیمت‌گذاری تبعیضی و mill pricing می‌باشد. در قیمت‌گذاری یکنواخت هر تسهیل جدید، قیمت مشخصی را به خود تخصیص می‌دهد (تسهیلات رقابتی ممکن است قیمت متفاوتی را ایجاد کنند)، در قیمت‌گذاری تبعیضی ممکن است هر

مشتری قیمت متفاوتی را هزینه کند و در mill pricing هر تسهیل قیمت متفاوتی را در نظر می‌گیرد. بطور مثال در مورد قیمت‌گذاری یکنواخت، زمانی‌که محدوده‌ی بازار ثابت شده، بکمن نشان می‌دهد که با تقاضای خطی، سود، متوسط قیمت نهایی بدون تغییر باقی می‌ماند و رفاه تحت شرایط قیمت‌گذاری یکنواخت در مقایسه با mill pricing کمتر است (فوسکیس، ۲۰۱۱).

مطالعات گسترده در مورد مکان‌یابی تسهیلات و مسئله قیمت‌گذاری در تحقیق در عملیات و اقتصاد وجود دارد. مطالعات بیشتر در دو گروه طبقه‌بندی شده است: ۱) محیط انحصاری، فقط یک واحد اقتصادی در فضای جغرافیایی برای فروش یک محصول به‌عنوان انحصار وجود دارد. ۲) محیط رقابتی، چندین واحد اقتصادی مختلف وجود دارد که فروش محصولات همگن یا جایگزین در یک فضای جغرافیایی را انجام می‌دهد. در محیط‌های رقابتی، مطالعات چندانی پیرامون تصمیم‌گیری قیمت‌گذاری صورت نگرفته، که مدل‌های حاضر از مکان‌یابی تعداد ثابتی از تسهیلات جدید در شبکه با توجه به امکانات موجود می‌پردازد (هوآ و چنگ، ۲۰۱۱).

بیان مسأله

فرض می کنیم G=(N,A) شبکه‌ای باشد که در آن N مجموعه از گره‌ها و A مجموعه ارتباطات در آن می‌باشد. گره‌ها محل حضور جمعیت مشتریان و ارتباطات مسیرهای حمل‌ونقل می‌باشند. هر یال دارای یک هزینه ثابت (k_{ij}) و هزینه متغیر (C_{ij}) برای هر واحد از جریان می‌باشد. برای ایجاد معادله فرض می‌کنیم که هر دو حالت متصدی و ورودی‌ها دارای هزینه‌هایی با یال مشابه می‌باشد.

χ و α و δ به ترتیب تخفیف مبدا به محور، محور به محور و محور به مقصد است. F_K هزینه مکان‌یابی در گره K و W_{ij} مقدار تقاضا را نشان می‌دهد. همه تقاضاها توسط متصدی‌ها یا ورودی‌ها درخواست داده خواهد شد، تعداد یا درصدی از هزینه که توسط متصدی‌ها اضافه خواهد شد Δ نامیده می‌شود. مدل دارای یک پارامتر حساس شناخته شده θ است. مقدار بالای θ نشان‌دهنده این است که مشتریان همگی برای قیمت‌ها حساس شده‌اند و مسیرها با قیمت‌های کمتر را انتخاب می‌کنند. مقدار پایین θ به معنی این است که مشتریان بسیار کمتر بر روی قیمت حساسیت نشان می‌دهند. P مجموعه گره‌هایی است که مرکز فعالیت در آنجا مستقر خواهد شد.

مدل مسئله رقابتی قیمت‌گذاری و مکان‌یابی محور به صورت زیر است:

$$Z = max \sum_{i,j,k,m\varepsilon N} (P_{ijkm} - C_{ijkm}) W_{ij} X_{ijkm} - \sum_{(i,j)\varepsilon A} k_{ij} H_{ij} - \sum_{k\varepsilon N} F_k y_k \qquad (۱)$$

$$\sum_{k,m\varepsilon N} X_{ijkm} + \sum_{k,m\varepsilon P} Z_{ijkm} = 1, \qquad \forall i,j\ \varepsilon\ N \qquad (۲)$$

$$X_{ijkm} = \frac{y_k y_m H_{ik} H_{km} H_{mj}\, exp\left(-\theta P_{ijkm}\right)}{\left(\sum_{st\varepsilon N} y_s y_t H_{is} H_{st} + H_{tj}\, exp\left(-\theta P_{ijkm}\right)\right) + n_{ij}}, \forall i,j,k,m\varepsilon N \qquad (۳)$$

$$Z_{ijkm} = \frac{\exp\left(-\theta \bar{p}_{ijkm}\right)}{\left(\sum_{st\varepsilon N} y_s y_t H_{is} H_{st} H_{tj}\, exp\left(-\theta P_{ijkm}\right)\right) + n_{ij}}\ , \forall i,j,k,m\varepsilon N \qquad (۴)$$

$$\bar{P}_{ijst} = (1 + \Delta) C_{ijst}, \forall i,j,s,t\ \varepsilon\ N \qquad (۵)$$

$$C_{ijkm} = \chi \cdot C_{ik} + \alpha \cdot C_{km} + \delta \cdot C_{mj}, \forall i,j,k,m\varepsilon N \qquad (۶)$$

$$n_{ij} = \sum_{S,t\varepsilon P} \exp\left(-\theta \bar{p}_{ijkm}\right),\ \forall i,j\ \varepsilon\ N \qquad (۷)$$

$$y_k \varepsilon \{0,1\}, \quad \forall k \ \varepsilon \ N \qquad (۸)$$

$$H_{ij} \varepsilon \{0,1\}, \forall i,j \ \varepsilon \ A \qquad (۹)$$

$$P_{ijkm} \geq 0, \quad \forall i,j,k,m \varepsilon N \qquad (۱۰)$$

x_{ijkm}: کسری از جریان رونده از $i \in N$ به $j \in N$ از طریق محورهای شرکت داوطلب که در نقاط $k,m \in N$ قرار گرفته‌اند.

Z_{ijkm}: کسری از جریان رونده از $i \in N$ به $j \in N$ از طریق محورهای شرکت فعلی که در نقاط $k,m \in P$ قرار گرفته‌اند.

$y_k = 1$ اگر شرکت داوطلب یک محور در نقطه $k \in N$ قراردهد، در غیر این صورت برابر با صفر است.

$H_{ij} = 1$ اگر شرکت داوطلب یک رابطه‌ی مستقیم بین نقاط $i,j \in A$: $i,j \in N$ برقرار کند، در غیر این صورت برابر با صفر است.

C_{ijkm}: هزینه‌ی متغیر جریان بین نقاط $i,j \in N$ با استفاده از محورهای $k,m \in N$ است.

P_{ijkm}: قیمت مطالبه شده به وسیله‌ی شرکت جدید برای جریان‌های بین نقاط $i,j \in N$ با استفاده از محورهای میانی $k,m \in N$ است.

$\overline{P}_{ijkm}$: قیمت مطالبه شده به وسیله‌ی شرکت فعلی برای جریان‌های بین نقاط $i,j \in N$ با استفاده از محورهای میانی $k,m \in N$ است.

رابطه (۱) تابع هدف است که حداکثر سازی سود شرکت تازه وارد می‌باشد، به بیان دیگر درآمد خالص منهای هزینه‌های ثابت و متغیر است. محدودیت (۲) اطمینان حاصل می‌کند که جریان بین گره‌های $i,j \in N$ از طریق محورهای شرکت تازه وارد یا شرکت فعلی برقرار است. محدودیت‌های (۳) و (۴) جریان ها را از طریق یک مدل لوجیت که استدلالش به ترتیب قمیت‌های پرداخت شده توسط شرکت تازه وارد یا شرکت جدید است، اختصاص می‌دهد. محدودیت (۵) تعریف استراتژی" قیمت گذاری مکانیکی" شرکت فعلی می‌باشد، در حالی که محدودیت (۶) تعریف هزینه‌های حمل و نقل در طول مسیر $ijkm$ است. محدودیت ۷ تعریف پارامترهای n_{ij} می‌باشد .درنهایت، روابط (۸) تا (۱۰) بیان کننده دامنه‌ی متغیرهای تصمیم هستند.

بعد از فرمول‌بندی مسئله، یک عبارت بسته به صورت رابطه زیر برای قیمت‌گذاری بهینه استخراج شد (لوئر ویلاگرا، ۲۰۱۳):

$$P^*_{ijkm} = C_{ijkm} + \frac{1}{\theta}\{1 + W[\frac{1}{n_{ij}} \sum_{(s,t)\varepsilon s_{i_j}} \exp(-\theta . C_{ijst})]\} \qquad (11)$$

جایی‌که $W(0)$ تابع لامبرت W است و به صورت تابع معکوس $f(W) = w^{e^w}$ تعریف می‌شود . تصمیم‌های قیمت-گذاری بهینه، هنگام حل کردن شبکه‌های محور و اسپوک، منجر به برآورد بهتر از حداکثر سودی می‌شود که شرکت

جدید قادر خواهد بود بدست آورد. بدون حل‌کردن مسئله‌ی قیمت‌گذاری، برآورد تقاضای گرفته شده، رفتار و سود نهایی شرکت جدید ممکن نخواهد بود.

هزینه برقرار کردن کمان بین جفت گر ه‌های i و j از طریق فرمول زیر بدست می‌آید.

$$k_{ij} = 100\frac{C_{ij}/w_{ij}}{m_{(k,l)\varepsilon A}C_{kl}/w_{kl}}, \quad \forall i,j\ \varepsilon\ A \tag{12}$$

فاز دوم پروژه

روش حل

مدل حاصل یک مساله برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط غیرخطی است. متاسفانه، اگر چه هدف ممکن است با توجه به قیمت مقعر باشد، اما نمی‌توانیم از نظر همگرایی هدف یا محدودیت‌ها با توجه به همه متغیرها اطمینان حاصل کنیم. به همین دلیل، نمی‌توانیم تضمین کنیم که نرم افزارهای فعلی برای برنامه نویسی غیرخطی، راه حل بهینه را پیدا کنند. علاوه بر این، به دلیل فرمول‌بندی برای تعیین قیمت هر مسیر ارائه‌شده، اندازه نمونه‌های واقعی مساله برای هر روش دقیق بیش از حد بزرگ است.

در نتیجه، پیشنهاد می‌کنیم از یک روش فرا ابتکاری استفاده کنیم که در هر مرحله، راه حل های ممکن برای مسئله طراحی مکان‌یابی شبکه پیدا کند و برای هر راه حل، مسئله قیمت گذاری را حل کند. با توجه به اینکه فضای جستجوی طراحی موقعیت مکانی شبکه فقط متغیرهای باینری را شامل می‌شود، می‌توان از هر روش فرا ابتکاری که قادر به حل مسئله ترکیبی است استفاده کرد. با این حال، در این حالت، هرگونه روش فرا ابتکاری نیاز به ارزیابی هدف در هر مرحله و هر راه حل در همسایگی راه حل فعلی دارد، که باعث می‌شود مسئله از نظر محاسباتی فشرده و پیشرفت به دنبال یافتن راه حل بهینه را بسیارکند کند. به دلایل مختلف الگوریتم ژنتیک را انتخاب کردیم: ۱- به روش‌های جستجوی محلی احتیاج ندارد، زیرا اپراتورهای ژنتیک به الگوریتم برای کشف فضای راه حل کمک می‌کنند. ۲- راه حل‌ها را می‌توان به راحتی نمایش داد و ۳- الگوریتم ژنتیک موفقیت خوبی در مسائل قبلی که شامل مسائل مکان‌یابی هاب بوده، داشته است.

ثابت شده‌است که الگوریتم ژنتیک رفتار بهینه‌ای از خود نشان می‌دهد. برای مثال، رویکرد پیشنهادی را می‌توان به صورت زیر بیان کرد: الگوریتم ژنتیک به بررسی فضای مکان هاب و اتصال کمان‌ها (مسیرها) می‌پردازد و راه‌حل‌های شدنی را پیدا می‌کند. از هر راه‌حل، یک هاب معتبر (شدنی) و پیکربندی شبکه به دست می‌آید. وقتی یک پیکربندی معتبر پیدا شد، مساله قیمت‌گذاری برای این پیکربندی حل می‌شود، و جریان‌های بهینه و قیمت‌ها برای این پیکربندی شبکه پیدا می‌شوند. جریان‌های گرفته شده و قیمت‌گذاری شده توسط یک داوطلب برای محاسبه ارزش تابع هدف، پس از تنزیل هزینه‌های شبکه مورد استفاده قرار می‌گیرند.

الگوریتم ژنتیک

ابتدا، جمعیتی از n راه حل‌های امکان پذیر تصادفی، یعنی شبکه های هاب معتبر و شبکه های اسپوک معتبر، در مجموعه ای از راه حل‌ها (S) ایجاد و ذخیره می شوند. ۲ عضو از مجموعه s به صورت تصادفی انتخاب می-شود. یک ضریب تقاطع در والدین در نظر گرفته می‌شود که ۲ راه حل جدید به نام فرزند را تولید می‌کند. با احتمال p_m، الگوریتم فرزندان را جهش می‌دهد، که به نفع تنوع جمعیت است. تابع هدف محاسبه می‌شود و سرانجام، فرزندان فقط در صورت بهتر بودن از نظر تابع هدف به عنوان یک گزینه مناسب در مجموعه S ذخیره می‌شود. این الگوریتم تا زمانی که به شرایط مطلوب نرسیم، تکرار می‌شود. در ادامه اجزای الگوریتم ژنتیک را شرح می دهیم.

تابع مطلوبیت

می‌دانیم که تابع هدف برابر با مقدار زیر است.

$$Z = max \sum_{i,j,k,m \varepsilon N} (P_{ijkm} - C_{ijkm}) W_{ij} X_{ijkm} - \sum_{(i,j)\varepsilon A} k_{ij} H_{ij} - \sum_{k \varepsilon N} F_k y_k$$

طبق یکی از سناریوهای گفته شده در مقاله:

$\alpha = 1$,$\delta = 0.2$,F_K=100 , $\chi = 1$,$\Delta = 3.85$ و همچنین حساسیت مشتریان ۰،۰۵ در نظر گرفته شده است. بر اساس این سناریو ابتدا هزینه برقراری کمان بین دو جفت گره محسابه شده و سپس استراتژی‌های قیمت گذاری محاسبه می‌گردد.

$$k_{ij} = 100 \frac{C_{ij}/w_{ij}}{m_{(k,l)\varepsilon A}\, C_{kl}/w_{kl}}, \quad \forall i,j\, \varepsilon\, A$$

ماتریس C، یک ماتریس با اندازه N^2 است و چون یک ماتریس هزینه می باشد، عناصر روی قطر اصلی آن صفر است. مؤلفه های ماتریس C، از اعداد صحیح تصادفی بین [۲،۵] انتخاب شده‌اند. ماتریس W، نیز یک ماتریس با اندازه N^2 است که عناصر روس قطر اصلی آن برابر صفر است. مؤلفه های ماتریس W، از اعداد صحیح تصادفی بین [۲۰،۵]۰ انتخاب شده‌اند.

جدول ۱. هزینه متغیر بین دو گره i و j

C_{ij}	۱	۲	۳	۴
۱	۰	۱	۳	۴
۲	۲	۰	۲	۵
۳	۳	۱	۰	۱
۴	۴	۲	۵	۰

جدول ۲. مقدار تقاضا برای مسیر i و j

w_{ij}	۱	۲	۳	۴
۱	۰	۳۴	۲۸	۴۴
۲	۳۴	۰	۳۵	۲۴
۳	۲۸	۳۵	۰	۴۸
۴	۴۴	۲۴	۴۸	۰

جدول ۳. هزینه برقراری کمان بین دو گره i و j

k_{ij}	۱	۲	۳	۴
۱	۰	۵۶/۴۷	۳۴/۲۹	۱۰/۹۱
۲	۵۶/۴۷	۰	۴۱/۱۴	۱۰۰/۰۱
۳	۳۲/۲۹	۴۱/۱۴	۰	۱۰/۰۰۱
۴	۱۰/۹۱	۱۰۰/۰۱	۱۰/۰۰۱	۰

طبق رابطه $\bar{P}_{ijst} = (1+\Delta)C_{ijst}, \forall i,j,s,t\ \varepsilon\ N$ و $n_{ij} = \sum_{S,t\varepsilon P} \exp(-\theta \bar{p}_{ijkm}),\ \forall i,j\ \varepsilon\ N$ مقدار $\bar{P}_{ijst}$ و n_{ij} را برای دو گره فرضی محاسبه می‌کنیم.

```
o=1;
l=0.2;
b=1;
f=100;
gama=0.05;
sod=3.85;
p_hat=(1+sod).*c;
n=sum(exp(-gama*p_hat));
p_star=c+((1/gama)*(w.*((1./n)*exp(-gama*c))));
z1=(p_hat-c)*w;
disp(p_hat);
disp(n);
```

Command Window

```
>> algoritm
         0   19.4000    9.7000    4.8500
   19.4000         0   14.5500   24.2500
    9.7000   14.5500         0    4.8500
    4.8500   24.2500    4.8500         0

    2.7794    2.1597    2.8835    2.8668
```

همچنین طبق رابطه $P^*_{ijkm} = C_{ijkm} + \frac{1}{\theta}\{1 + W[\frac{1}{n_{ij}} \sum_{(s,t)\varepsilon s_{i_j}} \exp(-\theta . C_{ijst})]\}$، P^*_{ijkm} را محسابه می‌کنیم.

Command Window

```
         0    0.9069    0.7875    1.2168
    0.9455         0    0.9849    0.6682
    0.7773    0.9324         0    1.3273
    1.2194    0.6423    1.3476         0

  1.0e+03 *

    0.9086    0.3619    0.7238    0.7392
    1.1704    1.3898    1.3552    1.2320
    0.5621    0.3542    0.8046    0.6160
    0.7623    0.2656    0.7815    0.8162
```

در نهایت تابع مطلوبیت را به شکل زیر داریم:

$$F=SUM\left(\begin{matrix}0 & 0.90 & 0.78 & 1.21\\ 0.94 & 0 & 0.98 & 0.66\\ 0.77 & 0.93 & 0 & 1.32\\ 1.21 & 0.64 & 1.34 & 0\end{matrix} - C_{ijkm}\right) * X_{ijkm} - SUM \begin{matrix}0 & 56.4796 & 34.2912 & 10.9108\\ 56.4796 & 0 & 41.1494 & 100.01\\ 34.29 & 41.14 & 0 & 10.001\\ 10.91 & 100.01 & 10.001 & 0\end{matrix} * H_{ij}$$

$$\begin{matrix}0 & 34 & 28 & 44\\ 34 & 0 & 35 & 24\\ 28 & 35 & 0 & 48\\ 44 & 24 & 48 & 0\end{matrix}$$

$$- \quad SUM \ 100\, y_k$$

نمایش جواب

نمایش جواب یک موضوع کلیدی در کارایی درست الگوریتم می‌باشد. یک راه حل برای مسئله مکان‌یابی و طراحی شبکه را می‌توان با استفاده از دو عنصر تعریف کرد: یک بردار باینری Y با اندازه N، به نام بردار مکان-یابی، که در آن $y_k = 1$ به معنی این است که یک هاب در گره k قرار دارد. و یک ماتریس باینری H، به نام ماتریس یال‌ها نامیده می‌شود که اندازه آن N^2 است و $H_{i,j} = 1$ بدین معنی است که یال $(i.j)\varepsilon A$ توسط شبکه داوطلب، برای مجموعه‌ای از انتقال‌ها یا استفاده می‌شود.

نمایشی را با استفاده از کمان‌ها، بر خلاف مبدا-مقصد انتخاب کردیم، زیرا استفاده از اپراتورهای برش کلاسیک را امکان پذیر می‌کند و جستجو را به سمت گره‌های کم شاخص به عنوان نقاط مقصد سوگیری نمی‌کند. توجه داشته باشید که این نمایش مانع از راه حل‌های غیرقابل قبول نمی‌شود، زیرا می‌تواند کمان‌های بین گره‌های غیر هابی را در خود جای دهد. این راه حل برای تنوع جمعیت بسیار مناسب است. در غیر این صورت، ممکن است یک همگرایی زودرس وجود داشته باشد، هرچند این کمان‌ها در محاسبه عملکرد هدف در نظر گرفته نمی‌شوند.

برای نمایش جواب ایجاد هاب‌ها، چون ۲۵ گره داریم یک آرایه ۲۵ تایی مانند زیر برای آن در نظر می‌گیریم. تنها می‌توانیم در ۳ نقطه هاب داشته باشیم که این یعنی تعداد ۱ های موجود در نمایش جواب هاب نباید از ۳ بیشتر باشد.

۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۰

برای نمایش جواب مسیر، چون ۲۵ گره داریم و همانطور که در بالا گفته شده اندازه جواب نمایش مسیر، N^2 است، یک نمایش جواب ۲۵ در ۲۵ برای آن در نظر می‌گیریم. برای ستون هاب‌ها حداقل یکی از آن‌ها باید ۱ و برای بقیه ستون‌ها حداکثر ۲ تای آنها حداثر و به تصادف ۱ بگیرد. این کار باعث ایجاد تنوع خوب در جواب‌ها می‌شود. جوابهای غیر موجه در محاسبه تابع مطلوبیت نقشی نداشته و توسط محدودیت‌ها حذف می‌شوند.

۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۰
۰	۰	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۰
۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۰
۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۱	۰	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۰
۰	۰	۰	۱	۰	۱	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱
۱	۰	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۰	۱	۰	۰
۰	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱
۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۰	۰	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۰
۰	۰	۰	۱	۰	۱	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۱	۰
۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۰
۰	۱	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۰	۰	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۰	۱	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۱	۰
۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۰	۰	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۰
۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۰
۰	۱	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۱	۰

عملگر برش

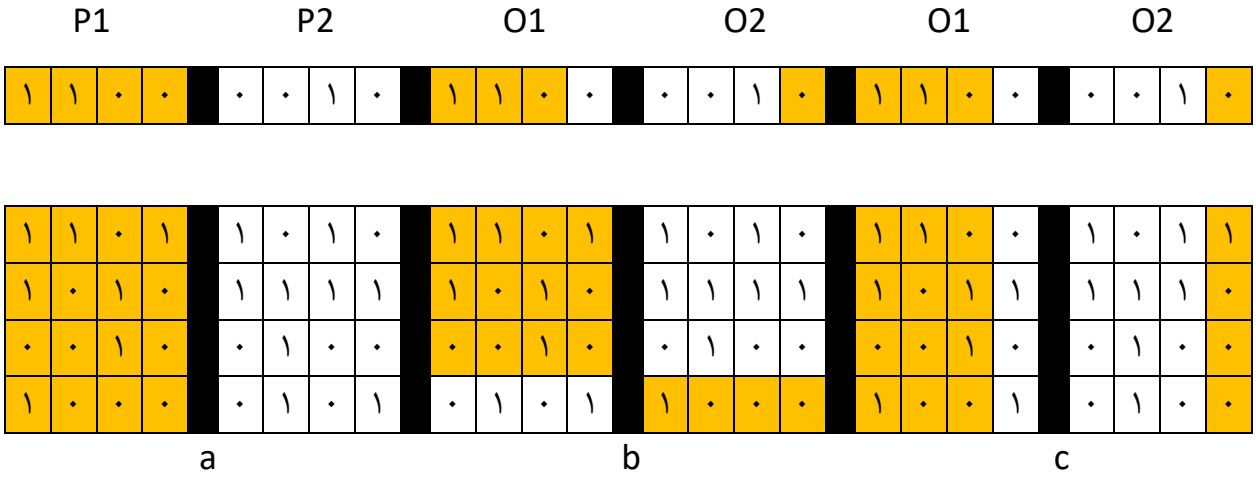
عملگر برش از ترکیب دو یا چند راه حل از جمعیت مورد نظر ایجاد می‌شود و منجر به یک یا چند فرزند می شود. از یک عملگر برش تک نقطه‌ای استفاده می‌کنیم، که از دو راه حل والدین شروع می‌شود و دو فرزند را بر می‌گرداند. یک عدد از مجموعه $b\varepsilon[1, \mathrm{N}-1]$ به طور تصادفی به عنوان ضریب برش انتخاب می‌شود.
بردارهای مکان و ماتریس‌های بهینه کمان‌ها از والدین بعد از عمل برش در موقعیت bام در اولی و بعد از آن ستون (یا سطر) bام در حالت دوم برش داده می‌شوند. سطر یا ستون قطع شده همگی با احتمال برابر در نظر گرفته می‌شود. سپس، جفت‌های حاصل از بردارهای مکان هاب و ماتریس‌های کمان آن از دو والدین باهم ترکیب می‌شوند. شکل ۱، a برای شبکه ۴ گره، دو راه حل از این مکان‌یابی و مسئله طراحی شبکه را نشان می-دهد. شکل ۱، b و c نشان دهنده یک راه حل جدید بدست‌آمده پس از اعمال برش در راه حل‌های نشان داده شده در شکل ۱، a با استفاده از b=3 ستون و سطر جایگزین شده و در ماتریس‌های بهینه کمان‌ها قرار گرفته است.

عملگر جهش

عملگر جهش یک راه حل جدید را از راه‌حل‌های قدیمی به شرح زیر ایجاد می‌کند. یک عدد تصادفی از مجموعه $v\varepsilon[1, \mathrm{N}]$، انتخاب می‌کند. در بردار مکان‌یابی هاب، مقدار y_v همان میزان فیلیپ (تغییر ناگهانی) است. در ماتریس بهینه کمان‌ها، تمام عناصر ستون Vام یا سطر Vام برداشته می‌شود و با یک انتخاب رندم و تصادفی که قبلا انجام شده است، جایگزین می‌شود. انتخاب تصادفی که قرار است با همان احتمال انجام شود.

عملگر درج

عملگر درج کردن، هر راه‌حل تولید شده توسط برش یا جهش را مورد ارزیابی قرار می‌دهد. در صورتی که مقدار تابع هدف برای آن بهتر از بدترین راه‌حل موجود در مجموعه راه‌حل باشد، آن را در جمعیت قرارمی‌دهد. در غیر این صورت، بدترین راه‌حل در جمعیت باقی می‌ماند.



برای محدویت ۳، به این شکل عمل کردیم که ۵ بار تعداد ۰ و ۱ تغییر کند و ۱۰ بار جای ۰ و ۱ های مسیر باهم عوض شوند تا جواب موجه شود.