



دانشگاه صنعتی سجاد

گزارش مقاله درس توالی عملیات

عنوان مقاله:

**زمانبندی فرود و پرواز هواپیماها بر روی باندها با در نظر گرفتن  
محدودیت در تعداد مکان استقرار هواپیما در افق زمانی کوتاه مدت**

پژوهشگران:

مهدی ایزدی فریمان

عماد برهانی

استاد راهنما:

دکتر محسن باقری

زمستان ۹۸

## ۱- مقدمه

در سال‌های اخیر فرودگاه‌ها یکی از مراکز اصلی جا به جایی مسافر و کالاهای تجاری محسوب می‌شوند. مراکزی که با هدف اولیه حمل و نقل ایجاد شدند، هم اکنون با رشد روز افزون فن آوری ارتباطات و اطلاعات، افزایش حجم ارتباطات داخلی و خارجی، توسعه تجارت جهانی، حرکت دنیا به سمت ایجاد دهکده جهانی و همچنین پیچیده‌تر شدن عملیات فرودگاهی و افزایش رقابت در این زمینه به یکی از حوزه‌های گسترده مطالعاتی تبدیل شده‌اند. از جمله موضوعات عمده‌ای که در سالهای اخیر مورد توجه محققین این حوزه قرار گرفته است می‌توان به بررسی و برنامه‌ریزی ظرفیت و تجهیزات فرودگاه، زمان‌بندی بهینه جداول پرواز، ارزیابی و مطالعه عوامل موثر بر سطح سرویس و رضایت مسافران، برنامه‌ریزی و مدیریت انسانی و منابع فرودگاهی اشاره نمود. در این مسائل هر شرکت هواپیمایی تعداد مشخصی هواپیما و خدمه در اختیار دارد همچنین فرودگاهها نیز دارای منابع محدودی چون گیت، باند و ... هستند که برنامه‌ریزی و زمان‌بندی و تخصیص پروازها باید با توجه به این منابع و محدودیت‌ها صورت گیرد. علاوه بر محدودیت‌های مربوط به منابع، محدودیت‌هایی نیز بر اساس قوانین حاکم بر فرودگاه و حمل و نقل ایجاد می‌شوند، مانند زمان‌های استراحت هواپیما و خدمه پس از پرواز، حداکثر زمان مجاز پرواز خدمه در ماه، حداکثر تعداد پروازهای هر هواپیما در یک روز و ... هر یک از این محدودیت‌ها و قوانین در تخصیص و زمان‌بندی پروازها موثرند. در این مرحله یک مدل ریاضی برای زمان‌بندی پروازهای خروجی از یک فرودگاه در یک شبانه روز به همراه تخصیص ناوگان و تخصیص گیت ارائه شده است. پارامترهای دخیل در این مسأله به صورت قطعی فرض می‌شوند.

در برگزاری مسابقات جام جهانی فوتبال حجم انبوهی از تماشاگران از طرق مختلف نظیر وسایل نقلیه‌ی شخصی، هواپیما، قطار و کشتی خود را به محل برگزاری مسابقات به قصد تماشای بازی‌های تیم ملی خود و سایر تیم‌ها می‌رسانند. بنابراین در بحث حمل و نقل هوایی باید مسئولان فرودگاه‌ها در تدارک شرایط لازم برای رویارویی با حجم انبوهی از پروازها به فرودگاه‌های شهرهای محل برگزاری مسابقات باشند. در شرایطی دیگر، هر ساله در ایام حج حجم انبوه زائران و پروازها، ترافیک شدید هوایی را در فرودگاه‌های شهرهای مکه و مدینه بوجود می‌آورند. بنابراین در مواجهه با حجم انبوهی از مسافران و پروازها مسئله تعداد مکان‌های استقرار بعد از فرود اهمیت پیدا می‌کند به طوری که یک فرودگاه بزرگ با توجه به انبوه تقاضا برای فرود و پرواز هواپیماها، با کمبود فضا برای استقرار هواپیماها بعد از فرود، مواجه می‌شود. در چنین شرایطی نیازمند به زمان‌بندی مناسب برای هواپیماهایی که در محدوده راداری فرودگاه در حال فرود یا پرواز می‌باشند، هستیم. بدان معنی که باید زمان مناسبی برای هواپیماها در بازه زمانی خود، چه برای پرواز چه فرود در نظر گرفته شود تا محدودیت تعداد محل‌های استقرار هواپیما نقض نشود و علاوه بر آن زمان تاخیر نیز کمینه شود.

## ۲- پیشنه تحقیق

### ۲-۱ تعیین توالی و زمان بندی پروازها

از اولین مطالعات انجام گرفته در زمینه تعیین توالی پرواز، تحقیق (Teodorovic, ۱۹۸۳) است. در این تحقیق استفاده از توالی‌های خاص با مقادیر ضریب اشغال مختلف و اثرات اقتصادی‌ای که بر شرکت می‌گذارد، مورد بررسی قرار گرفته شده است. (Teodorovic, Milica and Goran, ۱۹۹۴) مدلی برای طراحی شبکه خطوط هوایی و تعیین فرکانس پروازها ارائه کردند. داده‌های ورودی مقادیر تخمینی تعداد مسافران بین شهرهاست که دارای عدم قطعیت هستند، این پژوهشگران برای حل مسئله از تئوری مجموعه فازی استفاده نمودند. در مطالعه (Jaillet, Song and Yu, ۱۹۹۶) از مدل‌های براساس جریان برای طراحی شبکه‌ها با در نظر گرفتن ظرفیت استفاده شده است. منظور از جریان تعداد مسافرانی است که روزانه بین دو شهر پرواز میکنند. آنها سه نوع سفر در نظر گرفتند، با یک توقف، با دو توقف، با چندین توقف و برای هر کدام از این سفرها مدلی ارائه نمودند. مدل‌های مذکور با روش‌های هیوریستیک حل شده‌اند و با داده‌های برد هوانوردی کشوری و ۳۹ شهر آمریکا مورد آزمایش قرار گرفته‌اند. (Laderer and Nambimadom, ۱۹۹۸)، در تحقیقی به بررسی رابطه بین فاصله شهرها، نرخ تقاضا و تعداد شهرهای مورد نظر با انواع شبکه‌های هوایی پرداختند. آنها مدل‌هایی برای هزینه‌های مسافران و هزینه‌های خط هوایی ارائه دادند و اثر فاصله بین شهرها، نرخ تقاضا و تعداد شهرهای مورد نظر را در بهینه بودن شبکه بررسی کردند. آنها همچنین فرمولی برای بدست آوردن توالی بهینه ارائه کردند. (Bolender and Slater, ۲۰۰۰) مسأله زمان بندی باند را در یک فرودگاه بین المللی بررسی کرده‌اند. مسأله مورد بررسی آنها شامل انتخاب باند برای هر هواپیما، تعیین ترتیبی که هواپیماها در آن از توقفگاه اجازه ورود به تاکسی‌وی را دریافت می‌کنند و سپس ایجاد توالی پرواز با جای گذاری هواپیماهای قرار گرفته در دو صف موجود در ابتدای باند است. آزمایشات انجام شده توسط آنها نشان داده است که توالی‌های گوناگونی که ترتیب ورود به تاکسی‌وی را مشخص می‌کنند، وقفه‌های زمانی متفاوتی را در صف باند بوجود می‌آورند. (Taherkhani, ۱۹۹۹)، پژوهشی در زمینه جستجوی جواب برای مساعدت در تصمیم گیری‌های مربوط به کنترل باند ارائه داده است. در این پایان نامه مسأله توالی پرواز در حالت کلی و مسأله توالی باند پرواز به طور خاص مورد بررسی قرار می‌گیرد. هدف از پژوهش ارائه یک الگوریتم برای یک سیستم پشتیبانی تصمیم می‌باشد که در فعالیت تصمیم گیری برای کنترل باند همیاری نماید. (Lieder, Briskorn and Stolletz, ۲۰۱۵)، یک الگوریتم جدید معرفی نموده‌اند که قادر به ایجاد برنامه‌های فرود بهینه روی چندین باند مستقل با پنجره‌های زمانی محدود می‌باشد. آزمایش‌های عددی نشان می‌دهد که مسائل با تعداد تا ۱۰۰ هواپیما می‌توانند به صورت بهینه در عرض چند ثانیه حل شوند.

## ۲-۲ زمان‌بندی فرود و پرواز

از دیر باز تاکنون مقالات گوناگونی در زمینه زمان‌بندی فرود و پرواز صورت گرفته است. برای مثال (Trivizas، ۱۹۹۸) رویکرد برنامه‌نویسی پویا برای حل بهینه مسائل زمان‌بندی فرود و پرواز هواپیماها را به صورت یکپارچه در حالت ایستا ارائه نمود. او در این مقاله با استفاده از اطلاعات واقعی استخراج شده از مشاهدات صورت گرفته به همراه اطلاعات مربوط به مشخصات فرودگاه‌ها، نشان داد که می‌توان ظرفیت باندها را تا ۲۰ درصد افزایش داد. رویکرد به‌کاررفته در این مقاله با رویکرد اولین ورود، اولین خروج (FIFO) مقایسه شده است.

(Bianco et al، ۲۰۰۶)، مدل‌های پویا و ایستا برای زمان‌بندی فرود و پرواز هواپیماها در پایانه کنترل ترافیکی ارائه نمود. وی در این مقاله از مدل زمان‌بندی کارگاهی استفاده کرده است. نتایج محاسباتی نشان از کاهش ۴۰ درصد میانگین تاخیرات و افزایش ۳۰ درصد ظرفیت پایانه کنترل ترافیکی در مقایسه با رویکرد زمان‌بندی اولین ورود، اولین خروج در فرودگاه‌های میلان و رم است. (Sherali et al، ۲۰۱۰)، مسئله پرواز و فرود هواپیماها بر روی یک باند را بررسی نموده‌اند. آنها مسئله را در قالب مسئله‌ی فروشنده‌ی دورگرد نامتقارن مدل کردند. در این مقاله هدف، مینیمم‌سازی زمان تکمیل بیشینه با در نظر گرفتن محدودیت زمان جداسازی مناسب و محدودیت پنجره‌ی زمانی است. (Al-Salem et al، ۲۰۱۲)، مدلی برای مسئله فرود و پرواز هواپیماها به صورت یکپارچه بر روی چندین باند ارائه نمودند. هدف آنها مینیمم‌سازی تاخیرات وزنی هواپیماها است. آنها مسئله را در قالب برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط و به صورت مسئله فروشنده دورگرد نامتقارن فرمول‌بندی کردند. آنچه که کار آنها را متمایز می‌سازد ارتقاء مسئله با استفاده از نامعادلات معتبر و محدودیت‌های سلسله‌مراتبی شکست نامتقارن است. هدف از این نامعادلات و محدودیت‌ها، بهبود در ریلکسیشن مسئله‌ی خطی ارائه شده و کم کردن محاسبات است. (Hancerliogullari et al، ۲۰۱۳)، با استفاده از مدل ارائه شده توسط السالم با استفاده از الگوریتم‌های فراابتکاری و ابتکاری نظیر تبرید شبیه‌سازی شده و حتی با ترکیب آنها توانستند در زمان‌های بسیار کوتاه به جواب‌های بهینه و یا نزدیک به بهینه مورد قبول، دست یابند. در مورد عدم دسترسی به باندها، (محمودیان و همکاران، ۲۰۱۳)، رویکردی ابتکاری برای زمان‌بندی فرود هواپیماها با محدودیت عدم دسترسی به یکی از باندها ارائه نمودند. (یعقوبی پناه و همکاران، ۲۰۱۳)، مدلی چندهدفه برای حالت چندباند به برای مسأله زمان‌بندی نشست هواپیماها تحت شرایط فازی ارائه نمودند. این مدل با الگوریتم علف‌های هرز چندهدفه و الگوریتم تکاملی ژنتیک چندهدفه به NSGA-II حل شده است.

### ۳-۲ برنامه‌ریزی مجدد پرواز بعد از بوجود آمدن اختلال

یکی دیگر از مسائل در حوزه برنامه‌ریزی خطوط هوایی برنامه‌ریزی مجدد بعد از به وجود آمدن اشکالات و حوادث غیرقابل پیشبینی است که موجب اختلال در برنامه اولیه می‌شود. یکی از اولین پژوهش‌های انجام گرفته در این زمینه توسط (Teodorovic and Guberinic، ۱۹۸۴)، در کشور یوگسلاوی انجام گرفته است. در این تحقیق تنها حالت خاصی از اختلال در نظر گرفته شده است که در آن یک یا چند هواپیما به علت نقص فنی از ناوگان خارج شده و خطوط هوایی مجبور شوند بقیه پروازها را با همان تعداد هواپیمای باقیمانده انجام دهند. هدف از این پژوهش، کم کردن میزان کل تأخیر وارد بر مسافران در کل شبکه هوایی بوده است. پیشنهاد نویسندگان به منظور حل مدل روش شاخه و کران است. (Teodorovic and Stojkovic، ۱۹۹۰)، مدلی با اهداف پیشینه کردن تعداد پروازها و کمینه کردن میزان تأخیر مسافران ارائه کرده‌اند که در آن حذف، تغییر و تأخیر در انجام پرواز به منظور ارائه راه‌حل‌های ممکن برای حل مسئله برنامه‌ریزی دوباره پرواز در نظر گرفته شده است. برای حل مدل یک الگوریتم فراابتکاری بر پایه برنامه‌ریزی پویا پیشنهاد شده است. در پژوهشی دیگر از همین نویسندگان (۱۹۹۵) روش حل کامل‌تری برای مسئله برنامه‌ریزی دوباره پرواز ارائه گردیده است که در آن محدودیتهای تعمیر و نگهداری و خدمه نیز در نظر گرفته شده است. در این پژوهش هیچ فرمول‌بندی ریاضی برای این مسئله ارائه نشده و از طریق الفبایی و به صورت ترتیبی بدین صورت حل گردیده است که در آن ابتدا، بعد از ایجاد یک برنامه جدید پروازی، برنامه‌ای جدید برای خدمه ارائه شده است و سپس شرط امکان‌پذیری آن، از نقطه نظر محدودیت تعمیر و نگهداری چک گردیده است. (Klincewicz and Rosenwein، ۱۹۹۵)، با کمک مدل جریان شبکه به امکان‌سنجی تغییرات در برنامه‌ریزی اولیه و تخصیص مجدد پروازی داده شده پرداختند. راه‌حلی که در این مدل در نظر گرفته شده است شامل اضافه نمودن پرواز، حذف پرواز و یا تغییر در نوع هواپیمای تخصیص داده شده به هر پرواز بود. اطلاعات ورودی مورد نیاز برای الگوریتم حل در اینجا نیز شامل برنامه پروازی اولیه، تخصیص ناوگان و همچنین انواع روش‌های رفع اختلال نظیر: تأخیر، حذف پرواز و ... است. در این پژوهش محدودیت‌های تعمیر و نگهداری و خدمه در نظر گرفته نشده است.

(Andersson and Varbrand، ۲۰۰۴)، برای تخصیص دوباره پرواز، یک مدل جریان چندکالایی با حداکثر منافع همراه با محدودیت‌های جانبی ارائه نموده‌اند. که در آن حذف پرواز، تأخیر در انجام پرواز و نیز تغییر هواپیما در نظر گرفته شده است. اختلال‌های در نظر گرفته شده در این پژوهش نیز شامل خرابی و نقص فنی هواپیما و تأخیر در انجام پرواز است. (Zhang et.al، ۲۰۱۶)، مسئله یکپارچه بازیابی خدمات خطوط هوایی را مورد بررسی قرار داده‌اند که در آن مسائل بازیابی برنامه‌ریزی مسافر و هواپیما به صورت همزمان با هدف

کاهش هزینه‌های بازیابی هواپیما و عملیاتی، هزینه تأخیر برنامه سفر مسافران و هزینه لغو برنامه سفر مسافران مورد توجه است. چهارچوب حل پیشنهادی آنها شامل سه مرحله است که در مرحله اول برنامه‌ریزی پرواز و چرخش هواپیما بازیابی می‌شوند، سپس مسائل زمانبندی مجدد پرواز و بازیابی برنامه مسافران در دو مرحله بعدی به صورت تکرار شونده حل می‌شوند.

### ۳- مدل برنامه‌ریزی پرواز در افق زمانی کوتاه مدت

یک مدل ریاضی برای زمان‌بندی پروازهای یک فرودگاه در افق یک روزه ارائه شده که مواردی نظیر تخصیص ناوگان، تخصیص گیت و زمان‌بندی و توالی پروازها نیز در آن دیده شده است. در این مدل، زمان‌بندی پروازها به صورتی انجام می‌گیرد که تعادل در بازه‌های زمانی مختلف ایجاد شود. به بیان دیگر، مدل سعی می‌کند از تراکم پروازها در یک یا چند بازه زمانی پرهیز کرده و پروازها را بطور متعادل در بازه‌های مختلف زمانی برنامه‌ریزی کند و در عین حال، محدودیت‌های مختلف موجود در مسئله زمان‌بندی پرواز را نیز تضمین نماید. مفروضات مدل مورد نظر به شرح زیر می‌باشند:

- مدت زمان توقف هواپیما مشخص است.
- تعداد هواپیماهای قابل تخصیص به پروازهای خروجی نوع و ظرفیت آنها مشخص است.
- افق زمانی در این مسأله یک شبانه روز در نظر گرفته می‌شود.
- مجموعه مسیرهای پروازی (جفت مبدأ و مقصدها) معلوم است.
- تعداد شرکت‌های هواپیمایی معلوم است.
- فرض می‌شود یک هاب موجود است و همه پروازها از آنجا شروع و به آن بازمی‌گردند.
- فرض می‌شود همه گیت‌ها و باندها قابل تخصیص به همه پروازها و هواپیماها می‌باشند.
- هر هواپیما در یک روز حداکثر قادر به انجام دو پرواز است.
- حداقل فاصله زمانی میان پروازهای مشترک هر لگ مشخص است، برای مثال دو پرواز تهران-مشهد نباید بلافاصله پشت سرهم صورت گیرند و لازم است حداقل زمان مشخصی از پرواز قبلی به مشهد گذشته باشد.
- هر پرواز به مدت یک ساعت، باند و گیتی را که از آن پرواز صورت می‌گیرد اشغال می‌نماید.

#### ۴- تعریف مدل ریاضی

$N$ : مجموعه شماره‌های پروازهای خروجی در یک شبانه روز

$n, n'$ : اندیس شماره پرواز

$A$ : مجموعه ایرلاینها

$a$ : اندیس ایرلاین

$V$ : مجموعه هواپیماها

$v$ : اندیس هواپیما

$V_a$ : مجموعه هواپیماهای ایرلاین  $a$

$V_n$ : مجموعه هواپیماهایی که می‌توانند پرواز شماره  $n$  را ببرند

$A_l$ : مجموعه ایرلاینهایی که می‌توانند پرواز  $l$  را ببرند

$N_v$ : مجموعه پروازهایی که توسط هواپیمایی  $v$  می‌توانند انجام شود

$N_l$ : مجموعه شماره پروازهای مربوط به  $leg\ l$

$G$ : مجموعه گیت‌های فرودگاه

$g$ : اندیس گیت

$K$ : مجموعه بازه‌های زمانی

$k, k'$ : اندیس بازه

$L$ : مجموعه  $leg$ های پرواز

$l$ : اندیس  $leg$  پرواز

پارامترها

$Assign_{aI}$ : تعداد پروازهای  $I$  که به ایرلاین  $a$  تخصیص داده شده

$Time_n$ : مدت زمان پرواز شماره  $n$

$\min(t)_I$ : حداقل فاصله بین پروازهای  $I$

$Rest$ : زمان استراحت بین دو پرواز

$Cap(b)$ : ظرفیت باند

$M$ : یک عدد نسبتاً بزرگ

متغیرها

$X_{nv}$ : اگر پرواز شماره  $n$  را هواپیمای  $v$  انجام دهد ۱ در غیر این صورت ۰

$Y_{nn'v}$ : اگر هواپیمای  $v$  پرواز  $n$  را قبل از  $n'$  انجام دهد ۱ در غیر این صورت ۰

$Z_{nk}$ : اگر پرواز شماره  $n$  در بازه  $k$  ام انجام شود ۱ در غیر این صورت ۰

$H_{ng}$ : اگر پرواز شماره  $n$  به گیت  $g$  اختصاص یابد ۱ در غیر این صورت ۰

$t_n$ : زمان پرواز شماره  $n$

مدل ریاضی

$$\text{Min} \sum_{k \in K} \sum_{k \in K} \left| \sum_{n \in N} z_{nk} - \sum_{n \in N} z_{nk'} \right| \quad (1)$$

$$\sum_{v \in V_n} X_{nv} = 1 \quad \forall n \in N \quad (2)$$



$$\sum_{n \in N_l} \sum_{v \in V_a} X_{nv} = \text{Assign}_{al} \quad \forall l \in L, a \in A_l \quad (3)$$

$$t_n \geq t_{n'} + 2\text{time}_{n'} + 2\text{rest}_{M(2-X_{nv}-X_{n'v})} - M(1 - Y_{n'nv}) \quad \forall n, n' \in N: n \neq n', v \in V_n \cap V_{n'} \quad (4)$$

$$t_{n'} \geq t_n + 2\text{time}_{n'} + 2\text{rest}_{M(2-X_{nv}-X_{n'v})} - M(Y_{n'nv}) \quad \forall n, n' \in N: n \neq n', v \in V_n \cap V_{n'} \quad (5)$$

$$X_{nv} + X_{n'v} \leq 1 + Y_{nn'v} + Y_{n'nv} \quad \forall n, n' \in N: n < n', v \in V_n \cap V_{n'} \quad (6)$$

$$2Y_{nn'v} \leq X_{nv} + X_{n'v} \quad \forall n, n' \in N: n \neq n', v \in V_n \cap V_{n'} \quad (7)$$

$$\sum_{n \in N_v} X_{nv} \leq 2 \quad \forall v \in V \quad (8)$$

$$|t_n - t_{n'}| \geq \min(t)_l \quad \forall n, n' \in N: n > n', \quad l \in L \quad (9)$$

$$Y_{nn'v} + Y_{n'nv} \leq 1 \quad \forall n, n' \in N: n < n', v \in V_n \cap V_{n'} \quad (10)$$

$$-M(1 - Z_{nk}) + 60(k - 1)Z_{nk} \leq t_n \leq 60kZ_{nk} + M(1 - Z_{nk}) \quad \forall n \in N, k \in K \quad (11)$$

$$\sum_{k \in K} z_{nk} = 1 \quad \forall n \in N \quad (12)$$

$$\sum_{n \in K} z_{nk} \leq \text{cap}(b) \quad \forall n \in N \quad (13)$$

$$\sum_{n \in N} H_{ng} \cdot Z_{nk} \leq 1 \quad \forall k \in K, g \in G \quad (14)$$

$$\sum_{g \in G} H_{ng} = 1 \quad \forall n \in N \quad (15)$$

$$t_n \leq 60 * 24 \quad \forall n \in N \quad (16)$$

$$t_n \geq 0, X_{nv}, Y_{n'nv}, H_{ng}, Z_{nk} \in \{0,1\} \quad (17)$$

تابع هدف ۱ رابطه‌ای مبنی بر توزیع عادلانه پرواز در بازه‌های زمانی مختلف یک شبانه‌روز می‌باشد که با حداقل-سازی مجموع اختلافات تعداد پروازهای صورت گرفته در بازه‌های زمانی دو به دو، این هدف صورت می‌پذیرد. محدودیت (۲) نشان می‌دهد که هر پرواز تنها به یکی از هواپیماهایی که قادر به انجام آن پرواز هستند، می‌تواند تخصیص یابد.

محدودیت (۳) تضمین می‌کند که مجموع پروازهای مربوط به هر لگ که توسط هواپیماهای هر ایرلاین انجام می‌شوند، برابر است با تعداد پروازهای ۱ که به ایرلاین  $a$  تخصیص داده شده است. محدودیت‌های (۴) و (۵)، محدودیت‌های عدم تداخل زمانی پروازهایی هستند که توسط هواپیمای مشترک صورت می‌گیرند که به ازای هر دو پرواز یکی از آنها فعال می‌شود و دیگری حذف، همچنین نشان می‌دهد که زمان پروازی که بعد از پروازی دیگر و توسط هواپیمای مشترک با آن پرواز صورت می‌گیرد باید بزرگتر یا مساوی زمان آن پرواز بعلاوه زمان رفت و برگشت آن پرواز و زمان استراحت هواپیما در فرودگاه مقصد و مبدأ (پس از بازگشت) باشد. محدودیت (۶) رابطه بین متغیرها را نشان می‌دهد و تضمین میکند که اگر یکی از متغیرهای مربوط به انجام یک پرواز بعد از پرواز دیگر توسط هواپیمای مشترک  $Y_{n'nv}$  یا  $Y_{nn'v}$  مقدار بگیرند حتما متغیرهای مربوط به انجام هر دو پرواز توسط آن هواپیما ( $X_{nv}$  و  $X_{n'v}$ ) نیز باید مقدار بگیرند. محدودیت (۷) به عبارتی عکس محدودیت (۶) است و تضمین می‌کند که اگر دو پرواز با هواپیمایی مشترک انجام شوند، متغیر عدم تداخل آن دو پرواز نیز حتما باید مقدار بگیرد. محدودیت (۸) این فرض را که هر هواپیمایی در یک شبانه‌روز حداکثر دو پرواز را می‌تواند انجام دهد، تضمین می‌کند. محدودیت (۹) نشان می‌دهد فاصله زمانی میان هر دو پرواز مربوط به یک لگ نباید از حداقل فاصله زمانی مشخص کمتر باشد. محدودیت (۱۰) نشان می‌دهد که حداکثر یکی از متغیرهای  $Y_{n'nv}$  یا  $Y_{nn'v}$  می‌توانند مقدار یک بگیرند. محدودیت (۱۱) رابطه بین دو متغیر زمان هر پرواز و بازه زمانی را نشان می‌دهد، در این مسئله ۲۴ بازه زمانی موجود است و زمان به صورت دقیقه در نظر گرفته می‌شود، برای مثال اگر پروازی در بازه یکم صورت گیرد ( $Z_{n1} = 1$ )، زمان آن ( $t_n$ ) بین 0 تا 60 دقیقه خواهد

بود که معنای زمان ۲۴ تا ۱ بامداد می باشد. محدودیت (۱۲) نشان می دهد که هر پرواز تنها به یک بازه تعلق میگیرد. محدودیت (۱۳) محدودیت ظرفیت باند فرودگاه است و تضمین می کند که مجموع تعداد پروازهایی که در هر بازه زمانی انجام می شوند نباید از ظرفیت باند فرودگاه بیشتر باشند. محدودیت (۱۴) نشان می دهد که در هر بازه زمانی و از هر گیت، حداکثر یک پرواز می تواند صورت گیرد. محدودیت (۱۵) نشان می دهد که هر پروازی تنها به یک گیت تخصیص می یابد. محدودیت (۱۶) حداکثر زمان هر پرواز را نشان می دهد که محدود به ۲۴ بازه زمانی ۶۰ دقیقه ای می باشد. محدودیت (۱۷) عدد مثبت بودن متغیر زمان و باینری بودن سایر متغیرها را نشان می دهد.

جدول ۱. داده ها و نتایج حاصل از مدل زمان بندی کوتاه مدت پرواز

مثال	تعداد پرواز	تعداد ایرلاین	تعداد هواپیما	تعداد لگ پرواز (مقصد)	تابع هدف
۱	۸	۳	۱۰	۷	۱۲۸
۲	۱۸	۵	۱۲	۸	۱۰۸
۳	۲۰	۶	۱۳	۹	۸۰
۴	۲۳	۶	۱۳	۱۰	۲۳
۵	۲۵	۷	۱۴	۱۱	۲۳
۶	۲۸	۷	۱۵	۱۱	۸۰
۷	۳۰	۷	۱۷	۱۲	۱۰۸
۸	۳۳	۷	۱۷	۱۲	۱۳۵
۹	۳۵	۷	۱۸	۱۲	۱۴۳
۱۰	۳۸	۷	۲۱	۱۳	۱۴۰
۱۱	۴۵	۷	۲۶	۱۴	۶۳
۱۲	۵۰	۸	۲۹	۱۵	۴۴

جدول ۲. هواپیماهای هر ایرلاین

هواپیما شرکت	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۱	۱			۱			۱		۱	
۲		۱	۱		۱					
۳								۱		۱

جدول ۳. هواپیماهای قابل تخصیص به هر پرواز

هواپیما پرواز	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۱	۱	۱		۱		۱	۱		۱	۱
۲			۱					۱	۱	
۳	۱	۱		۱		۱	۱		۱	۱
۴					۱			۱		
۵		۱		۱						
۶				۱	۱					۱
۷			۱				۱		۱	
۸			۱		۱					

جدول ۴. لنگ‌های مربوط به هر پرواز

لنگ پرواز	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
مشهد	۱		۱					
شیراز		۱						
یزد						۱		
ساری								۱

	۱						اصفهان
			۱				بوشهر
				۱			اهواز

جدول ۵. لگ‌های قابل تخصیص به هر شرکت هواپیمایی

۳	۲	۱	شرکت لگ (مقصد)
۱	۱	۱	مشهد
۱	۱	۱	شیراز
۱	۱		یزد
۱	۱		ساری
	۱	۱	اصفهان
	۱	۱	بوشهر
۱		۱	اهواز

جدول ۶. تعداد پروازهای تخصیصی هر لگ به هر ایرلاین (مربوط به پارامتر Assignal)

لگ شرکت	مشهد	شیراز	یزد	ساری	اصفهان	بوشهر	اهواز
۱	۱	۱	۰	۰	۱	۱	۰
۲	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۱
۳	۱	۰	۱	۰	۰	۰	۰

جدول ۷. زمان هر پرواز - دقیقه

شماره پرواز	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
زمان هر پرواز ( $Time_n$ )	۱۲۰	۱۸۰	۱۲۰	۲۴۰	۳۰۰	۲۱۰	۹۰	۶۰

جدول ۸. جدول حداقل فاصله زمانی بین پروازهای هر لگ (مربوط به پارامتر  $\min(t)$  - دقیقه

لگ (مقصد)	مشهد	شیراز	یزد	ساری	اصفهان	بوشهر	اهواز
حداقل فاصله زمانی میان هر لگ	۱۰۲	۲۰۴	۳۰۶	۱۵۳	۱۰۲	۴۰۸	۴۰۸

همچنین زمان استراحت (rest) هواپیما بعد از هر پرواز ۳۰ دقیقه و تعداد ۷ باند و ۷ گیت پرواز در نظر گرفته شده است. لازم به ذکر است که در تمام مثال‌ها ۲۴ بازه زمانی یک ساعته مدنظر بوده است. متغیرهای خروجی این مثال نیز توسط جداول زیر ارائه می‌شود:

جدول ۹. متغیر تخصیص هواپیما به پرواز  $X_{nv}$

شرح پرواز	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۱										۱
۲									۱	
۳										
۴					۱					
۵						۱				
۶										۱
۷									۱	
۸										

همانطور که ملاحظه می‌شود دو پرواز ۱ و ۶، همچنین دو پرواز ۲ و ۷ با هواپیماهای مشترک انجام می‌شوند و متغیر باینری مربوط به هواپیمای مشترک مقدار یک می‌گیرد،  $Y_{1,6,10} = 1$  و  $Y_{2,7,9} = 1$ . در این تحقیق یک مدل ریاضی ارائه شد که اختلاف تعداد پرواز در بازه‌های مختلف زمانی را کاهش می‌دهد و باعث می‌شود توزیع تراکم پرواز به صورت متعادل باشد. ویژگی‌های اصلی مقاله در نظر گرفتن اهداف جدید در برنامه‌ریزی پرواز و همچنین در نظر گرفتن سه مسئله تخصیص ناوگان، تخصیص گیت و زمان‌بندی پرواز به صورت همزمان در یک مدل می‌باشد. به طور کلی هدف اصلی این تحقیق بهبود برنامه‌ریزی‌های پرواز و در پی آن کاهش ترافیک پرواز است که بالطبع باعث کاهش تأخیرات و هزینه‌ها و افزایش رضایت مسافران می‌گردد.

## ۵- مدل ۲

این مسئله عبارت است از تعیین توالی بهینه فرود یا پرواز هواپیماها و تخصیص آنها به باندهای مختلف و همانند، با در نظر گرفتن محدودیت تعداد مکان‌های استقرار به طوری که مجموع هزینه‌های ناشی از دیرکرد هواپیماها کمینه شود. به عبارت دیگر مسئله زمان‌بندی هواپیماها، به زمان‌بندی هواپیماها (کار) بر روی باندهای (ماشین) همانند می‌پردازد.

هر هواپیما جریمه وزنی خاص خود را دارد و در زمان آمادگی خود قادر به عملیات بر روی یک باند است. زمان واقعی عملیات نمی‌تواند قبل از زمان آمادگی و بعد از زمان ضرب‌العجل باشد. این زمان تا جای ممکن باید نزدیک به زمان هدف هواپیما باشد. از زمان آمادگی تا زمان ضرب‌العجل، پنجره زمانی شناخته می‌شود. انحراف از زمان ضرب‌العجل غیرممکن است. هنگامی که زمان عملیات یک هواپیما از زمان ضرب‌العجل تجاوز نماید، هواپیمای مورد نظر، به باند اختصاص نیافته و زمان‌بندی صورت گرفته به عنوان زمان‌بندی نشدنی شناخته می‌شود. زمان هدف را می‌توان از پیش تعیین نمود، ولی زمان عملیات کاملاً به شرایط فرود یا پرواز بستگی دارد، بنابراین ممکن است یک هواپیما نتواند در زمان هدف خودش یا بسیار نزدیک به آن فرود یا پرواز نماید. اولویت با فرود است تا پرواز و همچنین اولویت با هواپیماهای بزرگ است.

همچنین باید زمان جداسازی موردنیاز بین هواپیمای موردنظر با هواپیماهای دیگر در نظر گرفته شود. علت وجود زمان جداسازی، جلوگیری از خطر اثر ارتعاشات ناشی از پرواز یا فرود است. هر هواپیما به هنگام انجام عملیات فرود یا پرواز، یک توربولانس یا آشفتگی تولید می‌کند. این آشفتگی بسته به نوع عملیات و اندازه‌ی هواپیما متفاوت است. این زمان جداسازی مورد تایید سازمان هواپیمایی فدرال و

مقامات حمل و نقل هوایی ایالات متحده آمریکا است. این نکته قابل تامل است که نامعادله مثلثی به صورت خودکار برای زمان‌های جداسازی رعایت نمی‌شود. این نامعادله عبارت است  $S_{a,b} + S_{b,c} \geq S_{a,c}$ . در این نامعادله زمان جداسازی بین هواپیمای پیش رو  $a$  و هواپیمای دنباله رو  $b$  برابر  $S_{a,b}$  در نظر گرفته شده است. این نامعادله لزوماً زمانی که هر دو نوع عملیات پرواز و فرود با هم در حال انجام‌گیری است، رعایت نمی‌شود. حتی در هر دو مقاله شرالی و همکاران (Sherali et al, 2010)، به این موضوع اشاره شده که زمان جداسازی به کاررفته در جدول ۱۰ به صورت خودکار بین دو نوع هواپیمایی که عملیات مشابهی در بین یک هواپیمایی که عملیات نامشابه آنها را دارد، رعایت نمی‌شود. به عنوان مثال هواپیمایی با اندازه بزرگ به قصد فرود را در نظر بگیرید. این هواپیما، مقدم بر هواپیمای مشابه خود که قصد پرواز دارد، فرود می‌آید. مطابق این جدول، زمان جداسازی بین آنها ۴۰ ثانیه است. حال اگر بعد از پرواز هواپیمای دوم، هواپیمای بزرگی فرود بیاید، زمان جداسازی بین آنها ۵۰ ثانیه خواهد بود. حال زمان جداسازی مطابق جدول بین دو هواپیمای سنگینی که قصد فرود دارند برابر  $40 + 50 > 99$  ثانیه است. بنابراین نه تنها باید زمان جداسازی مطمئنی بین دو هواپیمای متوالی که بر روی یک باند عملیات خود را انجام می‌دهند، در نظر گرفته شود بلکه، باید این زمان بین دو هواپیمای نامتوالی که بر روی یک باند عملیات خود را انجام می‌دهند محاسبه گردد.

جدول ۱۰. حداقل زمانهای جداسازی بین دو هواپیما

Minimum separation times (s) from Sherali et al. (2010).

Leading/following	Heavy	Large	Small
<b>Arrival → departure case</b>			
Heavy	40	40	40
Large	35	35	35
Small	30	30	30
Leading/following	Heavy	Large	Small
<b>Arrival → arrival case</b>			
Heavy	99	133	196
Large	74	107	131
Small	74	80	98
Leading/following	Heavy	Large	Small
<b>Departure → departure case</b>			
Heavy	60	90	120
Large	60	60	90
Small	60	60	60
Leading/following	Heavy	Large	Small
<b>Departure → arrival case</b>			
Heavy	50	53	65
Large	50	53	65
Small	50	53	65



## ۶- تعریف مدل

در این بخش، مدل پیشنهادی برای مسأله‌ی زمانبندی فرود و پرواز هواپیماها به صورت هم زمان بر روی باندها با محدودیت تعداد آشیانه‌ها ارائه می‌شود.

پارامترها

$I \in \{1, 2, \dots, i\}$ : مجموعه‌ای از  $i$  هواپیما (به قصد پرواز یا فرود).

$i1 \in I$ : مجموعه‌ای از هواپیماها که قصد فرود دارند، در حقیقت  $i1 \in I$ .

$i2 \in I$ : مجموعه‌ای از هواپیماها که قصد پرواز دارند، در حقیقت  $i2 \in I$ .

$J$ : مجموعه از  $J$  باندها.

$t_i$ : زمانی که هواپیما در آن آماده برای بلند شدن یا نشستن بر روی باند است.

$t_{ai}$ : زمان هدف برای هواپیمایی که قصد بلند شدن یا نشستن بر روی باند را دارد.

$d_i$ : زمان ضرب الاجلی برای هواپیمایی که قصد بلند شدن یا نشستن بر روی باند را دارد.

$O_i$ : نوع عملیات هواپیمای  $i$  که می‌تواند فرود یا پرواز باشد.

$C_i$ : کلاس وزنی هواپیمای  $i$  که می‌تواند سبک، متوسط یا سنگین باشد

$S_{mi}$ : فاصله زمانی بین دو هواپیمای  $m$  و  $i$  که در ابتدا هواپیمای  $m$  عملیات پرواز یا فرود را انجام می‌دهد و سپس هواپیمای  $i$ .

$W_i$ : وزن تخصیص داده شده به هواپیما  $i$  بر مبنای نوع عملیات و کلاس وزنی آن. اولویت بالاتر به هواپیمایی که قصد فرود دارد داده می‌شود و همچنین هواپیمایی که وزن بالاتری دارد.

$capac$ : ظرفیت تعداد محل‌های استقرار هواپیما در فرودگاه.

متغیرهای تصمیم

$t_i$ : زمان آغاز عملیات پرواز یا فرود برای هواپیمای  $i$

$T_i$ : تاخیر هواپیمای  $i$  بر مبنای زمان هدف آن

$X_{ij}$ : اگر هواپیمای  $i$  بر روی باند  $j$  عملیات پرواز یا فرود انجام دهد، ۱ در غیر این صورت ۰

$\mu_{im}$ : اگر هواپیمای  $i$  قبل از هواپیمای  $m$  عملیات خود را انجام دهد، ۱ در غیر این صورت ۰

$Z_{hn}$ : اگر هواپیمای  $h$  قبل از هواپیمای  $n$  که قصد فرود دارد، فرود آید برابر ۱ و در غیر این صورت ۰

$KK_{oy}$ : اگر هواپیمای  $o$  قبل از هواپیمای  $y$  که قصد پرواز دارد، پرواز کند برابر ۱ و در غیر این صورت ۰

$dd_{ny}, dd_{yn}$ : اگر هواپیمای  $n$  که قصد فرود دارد قبل از هواپیما  $y$  که قصد پرواز دارد، فرود آید برابر ۱ و در غیر این صورت ۰

## مدل ریاضی

در زیر مدل ریاضی پیشنهادی برای مسئله فرود و پرواز هواپیماها به صورت هم زمان بر روی باندها با محدودیت تعداد آشیانه‌ها آمده است. رابطه (۱) تابع هدف مسئله (حداقل سازی تاخیر وزنی کل) است. محدودیت (۱) بیانگر آن است که هر هواپیما برای انجام عملیات پرواز یا فرود خود به یکی از باندها اختصاص داده می‌شود. این محدودیت (۳) حد پایین تخصیص هواپیماها به باندها است که به هر باند حداقل یک هواپیما اختصاص داده می‌شود. محدودیت (۴) بیانگر محدودیت پنجره زمانی برای هر هواپیما است. برای بدست آوردن ترتیبی برای عملیات هواپیماها و این که هواپیمای  $i$  قبل از هواپیمای  $m$  عملیات خود را انجام می‌دهد یا خیر از محدودیت (۵) استفاده می‌شود. محدودیت (۶) جداسازی، باید تضمین کند زمانی که هواپیمای  $i$  و  $m$  روی باند یکسان عملیات خود را انجام دهند و هواپیمای  $m$  قبل از هواپیمای  $i$  عملیات خود را انجام دهد، هواپیمای  $S_{mi}$  و  $m$  واحد زمانی زودتر عملیات خود را انجام می‌دهد. محدودیت (۷) بیانگر تاخیر هواپیما مبتنی بر زمان هدف است. محدودیت (۸) حد بالا برای تاخیر هر هواپیما را بیان می‌کند، به طوری که مانع از منفی شدن آن می‌شود. محدودیت‌های (۹) و (۱۰) رابطه بین هواپیماهایی که قصد فرود دارند را نشان می‌دهد. اگر هواپیما  $n$  قبل از هواپیمای  $h$  که قصد فرود دارد، فرود آید متغیر  $Z_{hn}$  برابر یک و در غیر این صورت برابر ۰ است. محدودیت‌های (۱۱) و (۱۲) رابطه بین هواپیماهایی که قصد پرواز دارند را برقرار می‌کنند. اگر هواپیمای  $o$  قبل از هواپیمای  $y$  که قصد پرواز دارد، پرواز کند،  $KK_{oy}$  برابر ۱ و در غیر این صورت برابر ۰ می‌باشد. محدودیت‌های (۱۳) و (۱۴) نیز رابطه بین یک هواپیما که قصد فرود دارد  $n$  با یک هواپیما که قصد پرواز دارد  $y$  را بیان می‌کند. در این حالت اگر هواپیمای  $n$  که قصد فرود دارد قبل از هواپیمای  $y$  که قصد پرواز دارد، فرود آید متغیرهای  $dd_{ny}, dd_{yn}$  برابر ۱ و در غیر این صورت برابر ۰ است. محدودیت (۱۵) ظرفیت مکان‌های استقرار را بیان می‌کند. در حقیقت این محدودیت نشان می‌دهد در هر لحظه از فرود یا پرواز نباید محدودیت محل‌های استقرار هواپیما نقض شود.

$$\text{Min} \sum_{i \in I} W_i T_i \quad (1)$$

$$\sum_{i \in I} X_{ij} = 1 \quad \forall i \in I \quad (2)$$

$$1 \leq \sum_{i \in I} X_{ij} \quad \forall j \in J \quad (3)$$

$$r_i \leq t_i \leq d_i \quad i = \{1, 2, \dots, I\} \quad (4)$$

$$\mu_{im} + \mu_{mi} = 1 \quad \forall m, i \in \{1, 2, \dots, i\}, i \neq m \quad (5)$$

$$t_i \geq [t_m + S_{mi} + M(2 - X_{mj} - X_{ij} - M'\mu_{im})] \quad \forall m, i \in \{1, 2, \dots, I\}, \\ i \neq m, j = \{1, 2, \dots, J\} \quad (6)$$

$$T_i \geq t_i - ta_i \quad i \in \{1, 2, \dots, I\} \quad (7)$$

$$0 \leq T_i \leq d_i - ta_i \quad i \in \{1, 2, \dots, I\} \quad (8)$$

$$t_n \geq t_h - M.Z_{hn} \quad h, n \in i1 \quad (9)$$

$$U_{nh} + U_{hn} = 1 \quad h, n \in i1 \quad (10)$$

$$t_o \geq t_y - M'.KK_{oy} \quad o, y \in i2 \quad (11)$$

$$KK_{oy} + KK_{yo} = 1 \quad o, y \in i2 \quad (12)$$

$$(2 - dd_{ny} - dd_{yn})(t_n - t_y) \geq 0 \quad n \in i1, y \in i2 \quad (13)$$

$$t_q \geq t_b(dd_{bq} + dd_{qb}) \quad n \in i1, y \in v2$$